

令和4(2022)年度 物理学科 総合型選抜II 試験問題

物理学(100点)
令和4年1月22日(土) 9:00~11:00

(注意事項)

- (1) 問題冊子は指示があるまで開かないこと。
- (2) 問題冊子のページ及び解答紙は次のとおりである。「始め」の合図があったら、それぞれを確認すること。

問題	問題冊子	解答紙	
	ページ	解答紙番号	枚数
問題1	1～6	問題1A, 問題1B	2
問題2	7～12	問題2A, 問題2B	2
問題3	13～17	問題3	1

- (3) すべての解答紙に受験番号を記入すること。
- (4) 大問ごとに指定された解答紙に解答すること。
- (5) 問題1と問題2は、指定された解答紙の裏面を含めて自由に用いて解答してよい。問題3は解答紙の指定の欄に解答すること。
- (6) 計算その他を試みる場合は、問題冊子の余白を利用すること。
- (7) 問題冊子は持ち帰ること。

問題1

問題 1

1 A

図 1-1 のように、静止しているエレベーターの天井に、ばね定数 k で質量の無視できるばねを鉛直につるし、下端に質量 m の小球をつけたところ、ばねは s だけ伸びて静止した。このときの小球の位置を原点 O とし、ばねが伸びる向き（鉛直下向き）に x 軸をとる。点 O からさらに小球を手で鉛直下向きに動かし、ばねを静止位置から A だけ伸ばした。時刻 $t = 0$ に手を静かにはなしたところ、小球は角振動数 ω の単振動を始めた。小球の位置を x 、速度を v 、加速度を a とする。重力加速度の大きさを g とし、重力の位置エネルギーの基準面を点 O を含む水平面とする。空気抵抗は無視できるとして、以下の問いに答えよ。

- (1) s を求めよ。
- (2) 手をはなしたあとの小球の運動エネルギー、ばねの弾性エネルギー、重力による小球の位置エネルギーを、それぞれ m, k, g, s, x, v の中から必要なものを用いて表せ。
- (3) 角振動数 ω の単振動は直線上の運動であるが、同じ ω を角速度とする等速円運動を真横に射影したものとみることができる。時刻 $t = 0$ のとき $x = A$ であることに注意し、位置 x 、速度 v 、加速度 a を、それぞれ A, ω, t を用いて表せ。
- (4) ばね定数 k を m, g, ω の中から必要なものを用いて表せ。
- (5) 小球とばねを合わせて一つの物体系とみたとき、この物体系の力学的エネルギーを求め、時刻 t によらない量のみを用いて表せ。

次に、エレベーターが上向きに一定の加速度の大きさ α で動いている場合を考える。

- (6) このとき、エレベーター内の人から見た小球の単振動の周期を求めよ。

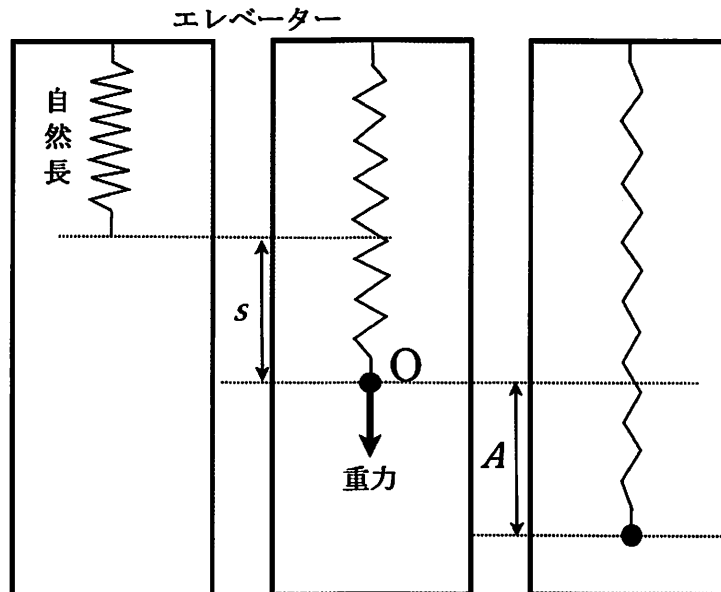


図 1-1

— 計算用余白ページ —

1 B

図1-2のように、質量 m で大きさの無視できる探査機が、半径 R 、質量 M の密度が一様な球形の天体の中心の周りを表面からの高さ h で等速円運動する場合を考える。天体と探査機の間にはたらく万有引力は、天体の全ての質量が天体の中心に集まったときの万有引力に等しい。天体に大気はなく、天体の重心は動かないものとして、以下の問いに答えよ。

- (1) 探査機の円運動の周期を T とする。探査機にはたらく向心力の大きさを m 、 R 、 h 、 T を用いて表せ。
- (2) ケプラーの第3法則 $T^2 = k(R+h)^3$ (ただし、 k は定数) を用い、万有引力定数 G を k 、 m 、 M 、 h 、 R の中から必要なものを用いて表せ。
- (3) 探査機の速さを m 、 M 、 h 、 R 、 G の中から必要なものを用いて表せ。
- (4) 天体表面での重力加速度の大きさを g_0 とする。表面から高さ h の位置での重力加速度の大きさを g_0 、 R 、 h を用いて表せ。
- (5) 天体が一定の角速度 ω で自転している場合を考える。このとき、探査機が静止衛星となる表面からの高さを m 、 g_0 、 ω 、 R の中から必要なものを用いて表せ。

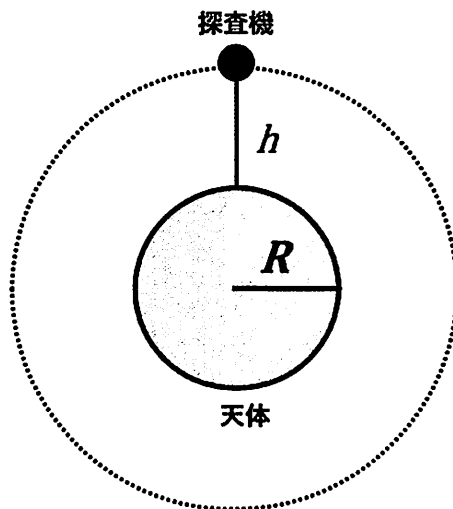


図 1-2

— 計算用余白ページ —

— 計算用余白ページ —

問題2

問題 2

2 A

電池は起電力を持つが、実際の電池は起電力とともに起電力に直列な内部抵抗を有する。ある電池（電池 X）の起電力 E_0 および内部抵抗 r_0 を、電流計を用いて測定することを試みる。電流計の内部抵抗 r' は既知として、以下の問いに答えよ。

- (1) 電池 X の両端を電流計の両端にそれぞれ接続し、閉回路を作った。回路に流れる電流の大きさを E_0 , r_0 , r' を用いて表せ。ただし、 r_0 および r' 以外の抵抗は無視できるとする。
- (2) 前問 (1) の電流の測定結果のみからは、 E_0 および r_0 を求めることができない。その理由を答えよ。

次に電池 X および電流計を、別の電池（電池 Y）および一様な抵抗線と組み合わせ、図 2-1 のような回路を作った。電池 Y は起電力 E および内部抵抗 r を持つ。 E と r は既知で、 E は E_0 より大きいことが分かっている。抵抗線の長さは L で太さは無視でき、AB 間は抵抗 R を持つ。抵抗線と導線の接点である点 C は、AB 間を動かすことができる。 R , r , r_0 , r' 以外の抵抗は無視できるとする。

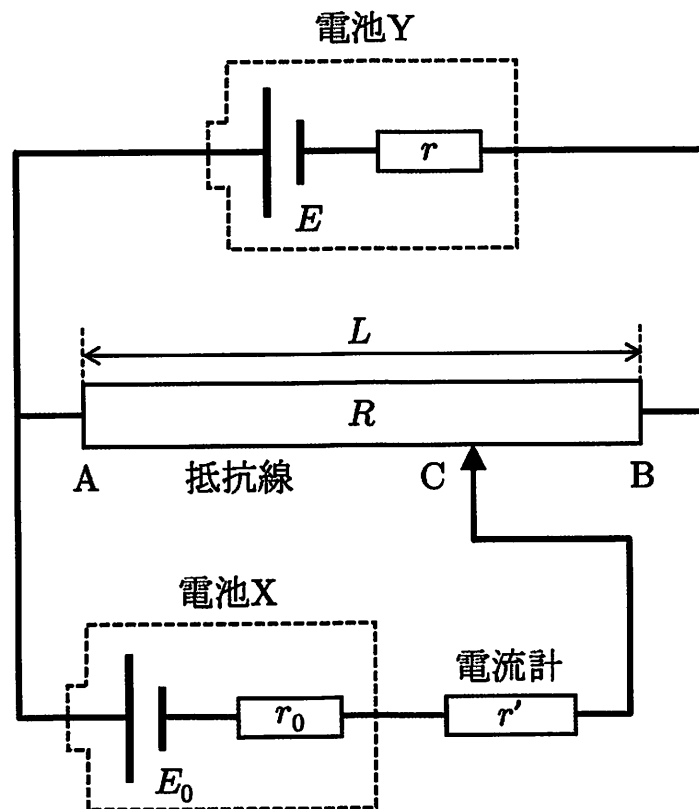


図 2-1

- (3) 接点 C を動かして電流計に流れる電流の大きさを測定したところ、ACがある長さのときに電流の大きさは 0 になった。このとき、抵抗線に流れる電流の大きさを求めよ。
- (4) 前問 (3) のときの AC の長さを x_0 とする。電池 X の起電力 E_0 を E, R, r, r', L, x_0 の中から必要なものを用いて答えよ。
- (5) (1) の場合と (3)~(4) の場合を比較し、後者の場合の「電池 X に電流が流れない」という条件が、 E_0 を求める上でどのように役立ったか考察し、説明せよ。

次に AC の長さを x_0 から x ($0 \leq x \leq L, x \neq x_0$) に変えた後、電流計に流れる電流 $i(x)$ を測定した。このとき AC 間に流れる電流を $I(x)$ とする。 $i(x)$ および $I(x)$ は、ともに右向きを正とする。

- (6) 電池 X の内部抵抗 r_0 を $i(x), I(x), E, E_0, R, r, r', L, x$ の中から必要なものを用いて答えよ。
- (7) 前問 (6) の結果から、 $I(x)$ が分かれば電池 X の内部抵抗 r_0 を求められることが分かる。 $I(x)$ を $E, R, r, r', L, x, i(x)$ の中から必要なものを用いて答えよ。

2 B

図2-2のように、電気抵抗 R の抵抗と導線からなる直角二等辺三角形の回路 STU が紙面に平行に置かれている。この回路に外力をかけて $x < 0$ の領域から x 軸方向へ一定の速さ v で動かす場合を考える。点 T が $x = 0$ を通過した時刻を $t = 0$ とする。 $x \geq 0$ の領域には磁束密度の大きさが B で紙面に垂直に裏から表の向きの様な磁場が存在する。回路の ST , TU , US の長さはそれぞれ $\sqrt{2}l$, l , l である。回路は TU を x 軸と平行に保ったまま紙面内を滑らかに動くものとする。導線の電気抵抗および回路の自己インダクタンスは無視できるとして、以下の問いでは点 T が磁場中に入ってから US が磁場中に入る直前までの間 $\left(0 \leq t < \frac{l}{v}\right)$ について答えよ。

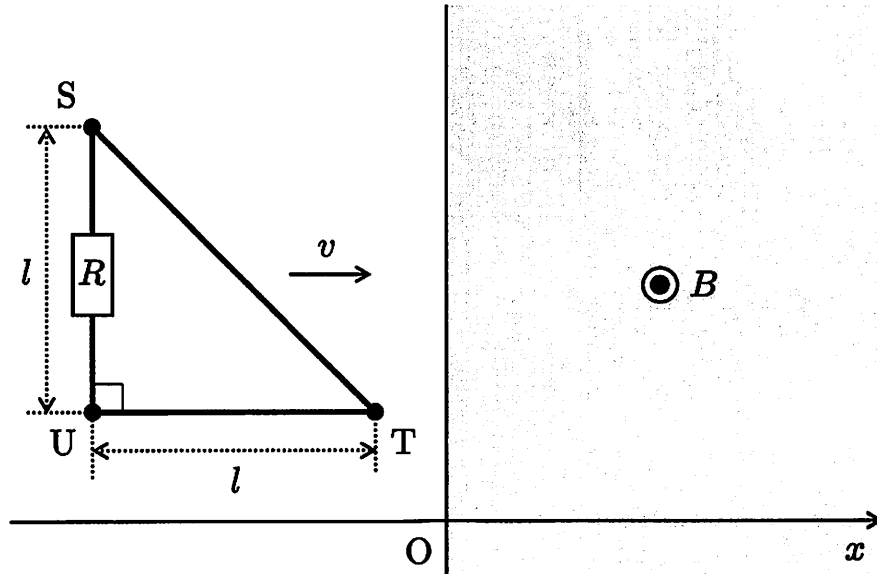


図 2-2

- (1) 時刻 t において回路を貫く磁束の大きさ $\Phi(t)$ を求めよ。
- (2) 微小な時間 Δt の間での磁束の変化 $\Phi(t + \Delta t) - \Phi(t)$ から回路に流れる誘導電流の大きさ $I(t)$ を時刻 t の関数として求め、 B , R , l , v , t の中から必要なものを用いて答えよ。ただし、 $(t + \Delta t)^2 - t^2 \cong 2t\Delta t$ を用いること。
- (3) 前問(2)の電流の向きを、紙面上で時計回り ($S \rightarrow T \rightarrow U \rightarrow S$)、もしくは反時計回り ($S \rightarrow U \rightarrow T \rightarrow S$) のいずれかで答えよ。
- (4) 時刻 t において、(i) 回路の ST 部分に流れる電流、(ii) 回路の TU 部分に流れる電流、および (iii) 回路の US 部分に流れる電流に対して、磁場が与える力の紙面内成分の、向きと大きさをそれぞれ求めよ。力の大きさは B , R , l , v , t の中から必要なものを用いて答えること。力の向きは x 軸から反時計回りに測った角度として答えよ (例えば図の右向きであれば 0° 、下向きであれば 270° とせよ)。ただし力の大きさが 0 の場合は向きを答える必要はない。
- (5) 前問(4)の結果から、時刻 t において回路全体に流れる電流に磁場が与える力の、紙面内成分の向きと大きさをそれぞれ求めよ。

次に、図 2-2 の抵抗を大きさの無視できる電気容量 C のコンデンサーに置き換え、回路を同じように x 軸方向に動かした場合を考える。点 T が $x = 0$ を通過した時刻を $t = 0$ とする。

- (6) 時刻 t においてコンデンサーに蓄えられている電気量の大きさを求め、 B, C, l, v, t の中から必要なものを用いて答えよ。ただし、 $t = 0$ での電気量は 0 とする。
- (7) 時刻 t において回路に流れる電流の大きさを求め、 B, C, l, v, t の中から必要なものを用いて答えよ。

— 計算用余白ページ —

問題3

問題3

3 A

ドップラー効果を利用して、観測した音の周波数変化から音源の運動を推定しよう。一定の周波数 $9.50 \times 10^2 \text{ Hz}$ の音源が、 x 軸上の正の領域 $x > 0$ を動くものとする。音源は、 $x = L$ の位置に静止した状態から、時刻 $t = 0$ ではじめて動き出す。図 3-1 に示すグラフは、原点 O にいる観測者が測定した音の周波数と時刻の関係である。時刻 $t = 1.00 \text{ s}$ から 2.00 s までの間に観測した周波数は、 $1.00 \times 10^3 \text{ Hz}$ へ変化しており、それ以外の時刻では $9.50 \times 10^2 \text{ Hz}$ であった。音速を $3.40 \times 10^2 \text{ m/s}$ として、以下の問いに答えよ。ただし、音の伝搬を遮ったり、音を反射したりするような障害物や、ほかの音源は一切なく、風も吹かないとする。

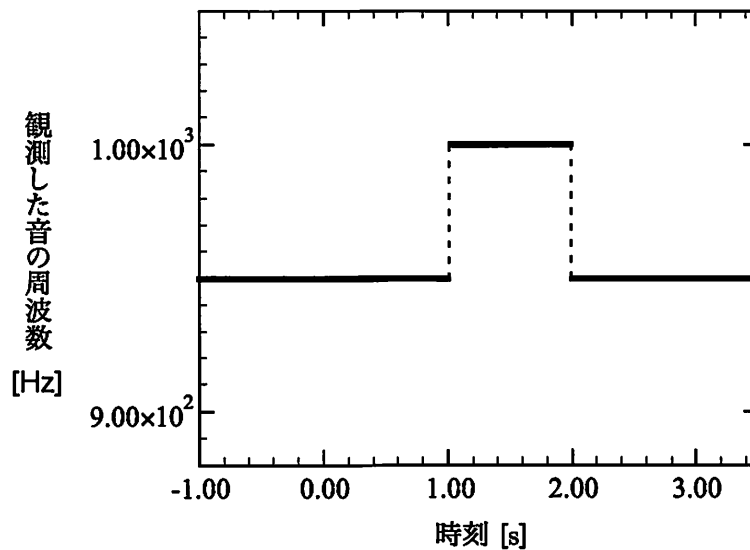


図 3-1：原点 O で観測された音の周波数と時刻の関係

- (1) L を求めよ。
- (2) 時刻 $t = 0$ で動き出した直後の音源の速度を求めよ。
- (3) 縦軸に音源の位置を、横軸に時刻をとり、音源の運動をグラフに表せ。音源の速度が変化する点について、その時刻と位置の値をグラフの座標軸に記すこと。

— 計算用余白ページ —

3 B

単原子理想気体を用いて、図 3-2 に示す 3 種類の状態変化の過程を考える。

過程 I：圧力 p_0 ，体積 V_0 ，温度 T_0 の状態 A にある気体を，体積を一定に保ち，圧力を $(1+a)$ 倍までゆっくりと変化させて，状態 B にする。

過程 II：状態 B にある気体を，温度を一定に保ち，体積を $(1+a)$ 倍までゆっくりと変化させて，状態 C にする。

過程 III：状態 C にある気体を，圧力を一定に保ち，体積を $\frac{1}{1+a}$ 倍までゆっくりと変化させて，状態 A に戻す。

ここで，定数 a は正の値をとり，過程 II において気体が受け取った熱量は定数 s を用いて sap_0V_0 と表されるものとする。以下の問いに答えよ。

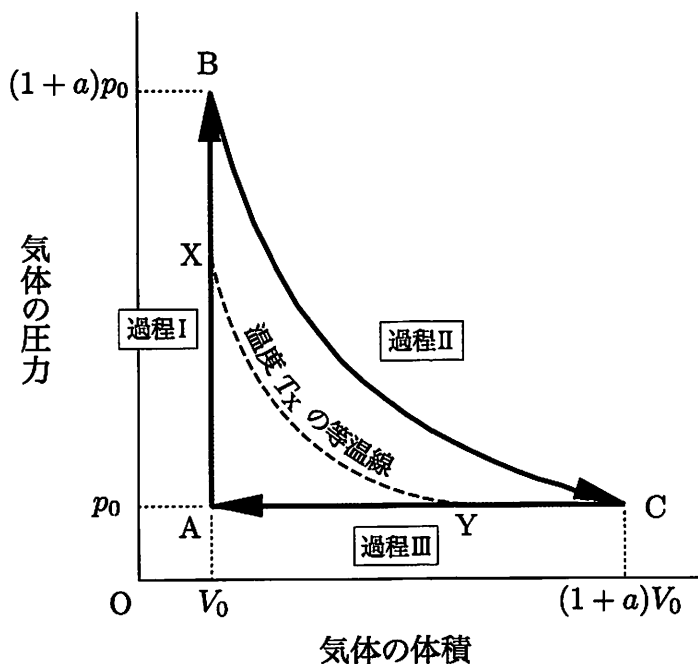


図 3-2：気体の状態変化の経路

- (1) 状態 B の気体の温度を求めよ。
- (2) 各過程において，気体の内部エネルギーの変化をそれぞれ求めよ。
- (3) 各過程において，気体が外部にした仕事をそれぞれ求めよ。

(4) これらの過程からなる熱機関の熱効率 e を、定義式

$$e = \frac{(\text{外部にした仕事}) - (\text{外部からされた仕事})}{(\text{外部から供給された熱量})}$$

を用いて計算し、 s を用いて表せ。

以下では、この熱機関が外部に捨てた排熱の一部を再利用して、熱効率を向上させてみよう。そこで、この熱機関と同じ2つの熱機関 E_1 と E_2 を用意して組み合わせる。

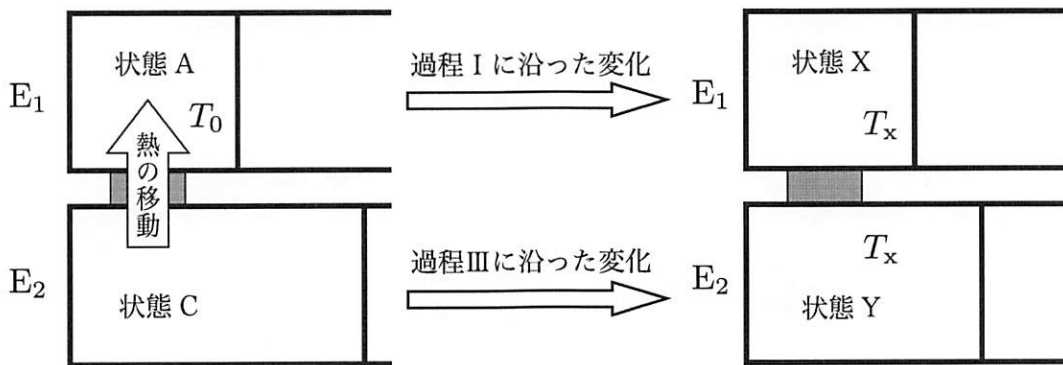


図 3-3：2つの熱機関を組み合わせた操作

- (5) 図 3-3 のように、状態 A にある E_1 と状態 C にある E_2 を接触させ、 E_1 と E_2 の間のみで熱が移動できるように外部とは断熱する。熱は、高温の E_2 から低温の E_1 へ移動する。このとき、 E_1 は過程 I に沿って変化し、 E_2 は過程 III に沿って変化する。やがて E_1 と E_2 の気体の温度が等しい状態 X、Y にそれぞれ到達する。このときの温度 T_x を求めよ。
- (6) E_1 と E_2 を接触させる工程をサイクルに加えると、 E_1 が過程 I の AX 間で必要とする熱は、 E_2 の排熱で補われる。その分、外部から供給する熱を減らすことができる。この場合の E_1 の熱効率を見積もり、 s を用いて表せ。ただし、接触のための操作等に要する仕事は考慮しなくてよい。
- (7) E_1 と E_2 を組み合わせた熱機関が、全体として、(6) で見積もった熱効率を実現するための操作手順を考案せよ。ただし、(5) の操作を手順 ① として始め、後に続く手順 ② 以降の操作について、 E_1 は状態 A まで、 E_2 は状態 C までの 1 サイクル分を具体的に述べよ。