令和５年度

物理学科総合型選抜Ⅱ課題探求試験問題

物理学（100点）

令和５年１月２１日（土）　９：００-１１：３０

注意事項

(1) 指示があるまでは，問題冊子ならびに解答冊子を開かないこと。

(2) 問題冊子1部，解答冊子1部が配布されていることを確認すること。

(3) 「はじめ」の指示があったら，解答を始める前に，問題冊子の表紙に続いて問題が1Aから3Bまで6題，解答用紙が6枚あることを確認し，全ての解答用紙に受験番号を記入すること。

(4) 解答は問題ごとに所定の解答用紙に記入すること。解答に際しては，最終的な答えだけでなく，その答えに至る道筋もていねいに記述すること。

(5) 特に指定のない場合には，裏面を使って解答してもよい。下書きには，問題冊子の余白や裏面などを利用し，解答用紙の余白には下書きをしないこと。

(6) 「おわり」の指示があったら，ただちに筆記用具を置くこと。

(7) 試験終了後，解答冊子は回収するが，問題冊子は持ち帰ってよい。

問題 1 (35 点)

1A

図 1-1 に示すように質量 m の物体が水平な面に置かれている。物体と水平面の間には摩擦力がはたらく。この摩擦力の静止摩擦係数を μ，動摩擦係数を μ' $(<\mu)$ とし，重力加速度の大きさを g として，以下の問いに答えよ。

図 1-1

(1) 図 1-1(a) のように，この物体に対して水平方向に外力 F を加え，その大きさを徐々に増やしていくと，ある大きさに達したところで物体が動き始めた。摩擦力の大きさ f を縦軸に，外力の大きさ F を横軸にとって，外力をゼロから増やしていき物体が動き始めた少し後までの両者の関係をグラフに描け。この際，動き始めるときの外力の値と，動き始める直前と直後の摩擦力の値をグラフ中に示すこと。

(2) 物体が動き始めた瞬間の外力を保ったまま物体に外力を加え続けた。物体が距離 L だけ進んだとき，外力，摩擦力，および垂直抗力が物体にする仕事をそれぞれ求めよ。

(3) 再び物体を静止させ，図 1-1(b) のように，外力 F を加える方向を水平方向から θ $(0^\circ \leqq \theta < 90^\circ)$ だけ上方に傾けた。物体が受ける垂直抗力の大きさを N として，物体が動き始める瞬間の力のつり合いの式を水平方向と鉛直方向についてそれぞれ書け。

(4) 問 (3) のときの F を θ の関数として求めよ。ただし，N は使わないこと。

(5) $\mu = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$ とする。θ を $0^\circ \leqq \theta < 90^\circ$ の範囲で変化させたとき，ある θ で F は最小値をもつことを示せ。さらに，このときの θ と，F の最小値を求めよ。

1B

図 1-2 のように，天井にゴムひもの一端を固定する。ゴムひものもう一端に質量 m の物体をつるし，その運動について考える。このゴムひもは自然の長さよりも伸びているとき (図 1-2(b)) にはバネ定数 k のバネのようにふるまうが，自然の長さよりもたるむ (図 1-2(c)) と他に力を及ぼさない。物体は鉛直方向にしか運動せず，ゴムひもは十分に長いため物体は天井に衝突しないものとする。物体の大きさ，ゴムひもの質量および空気抵抗は無視でき，重力加速度の大きさを g として，以下の問いに答えよ。

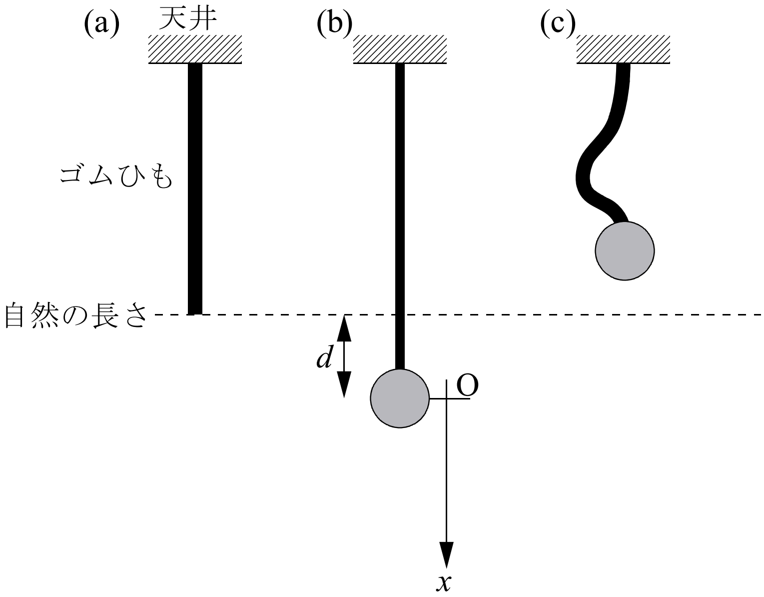

図 1-2

(1) 図 1-2(b) のようにゴムひもに物体をつるして静かに手をはなすと，ゴムひもが $d\ (>0)$ だけ伸びて静止した。d を $m,\ g,\ k$ を用いて表せ。

(2) 問 (1) のときの物体の位置を原点 O として鉛直下向きに x 座標をとり (図 1-2(b))，この向きの力を正とする。物体にはたらく力の合力は，$x \geqq -d$ において $-kx$ と表せることを示せ。

以下の解答には d を使用しないこと。

$x = d$ の位置で物体を手で支えて静かに手をはなしたところ物体は運動を始めた。この運動を (I) と呼ぶ。

(3) この運動 (I) の周期 T_1 を求めよ。

続いて，$x = 2d$ の位置で物体を手で支えて静かに手をはなした。この運動を (II) と呼ぶ。

(4) 物体が $x = -d$ の位置に初めて到達したときの速さを求めよ。また，手をはなしてから初めて $x = -d$ に到達するまでにかかる時間を，T_1 を用いて表せ。

(5) 物体が到達する最高地点の座標 x を求めよ。

(6) 物体が初めて $x=-d$ に到達してから再び $x=-d$ に戻るまでの時間を求めよ。

(7) (I) と (II) の運動を同時刻 $t=0$ で開始したとき，物体の位置 x を表すグラフを 1 周期分それぞれ描け。(I) は破線で，(II) は実線で描くこと。ただし，(II) については，$0 \leqq t \leqq \dfrac{T_1}{4}$ の範囲ではなるべく正確に描く一方で，$t \geqq \dfrac{T_1}{4}$ の範囲では最高地点の x 座標をなるべく正確に示すとともに，再び $x=2d$ に戻る時刻と T_1 の大小関係がわかるように描くこと。

問題 2 (35 点)

2A

以下の問いに答えよ。

(1) 図 2-1(a) のように，2 つの抵抗 r を直列につないだ素子を考える。AB 間の抵抗を求めよ。

(2) 図 2-1(b) のように，図 2-1(a) の素子を 2 個接続した。AB 間の抵抗を求めよ。

(3) 図 2-1(c) のように，図 2-1(a) の素子を n 個接続したときの AB 間の抵抗を R_n とする。R_{n+1} を R_n と r を用いて表せ。

(4) 図 2-1(a) の素子を次々に接続していったときに，AB 間の抵抗はある一定値 R に近づく。R を求めよ。

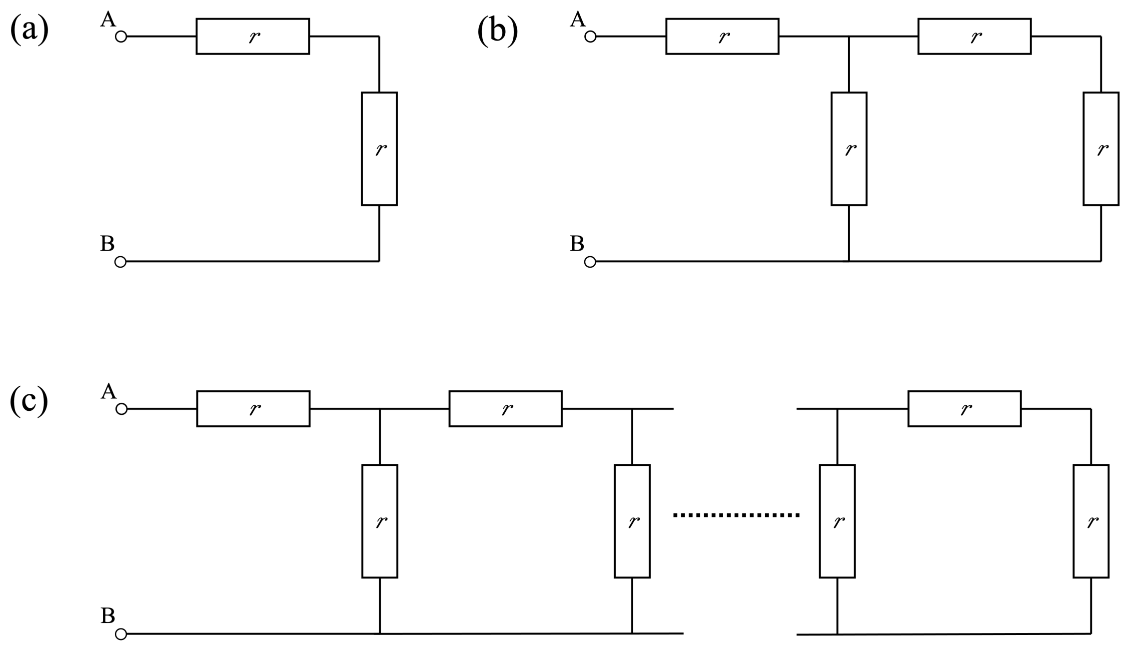

図 2-1

次に，図 2-2(a) のように，図 2-1(a) の素子の途中に起電力 E の電池を挿入し，端子 AB 間をつないで，端子 B を接地した回路を用意する。

(5) 図 2-2(b) のように，図 2-2(a) の回路に図 2-1(a) の素子を接続した回路を考える。このときの P の電位を V_1 とする。V_1 を E を用いて表せ。

(6) 図 2-2(c) のように，図 2-2(a) の回路に図 2-1(a) の素子を次々に接続していったときに，P の電位はある一定値 V に近づく。V を E, r および問 (4) の R を用いて表せ。

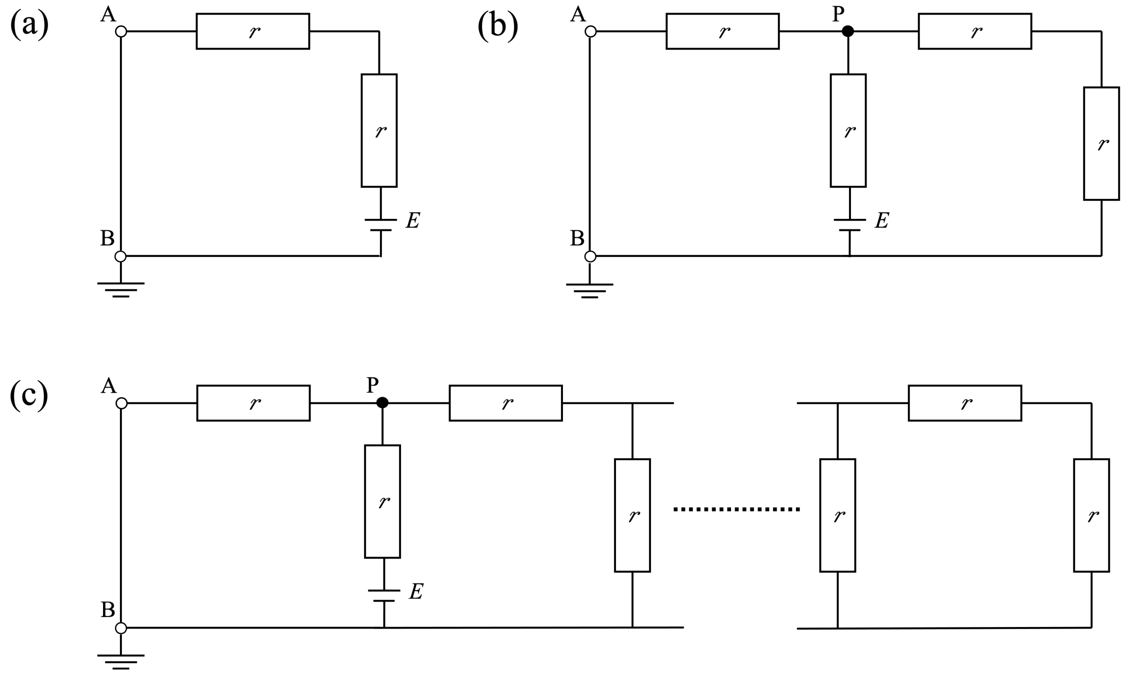

図 2-2

2B

図 2-3 のように，間隔 d の平行平板電極に電池が接続されており，極板間の電位差が V であった。極板には粒子が通過できる小さな穴が点 O と点 P に開けれられている。穴や端の効果は無視でき，極板間の電場は一様であるとする。点 O から，質量 m，電荷 $-q$ $(q>0)$ の粒子を初速度 0 で入射したとき，以下の問いに答えよ。

(1) 点 P における粒子の速さを求めよ。

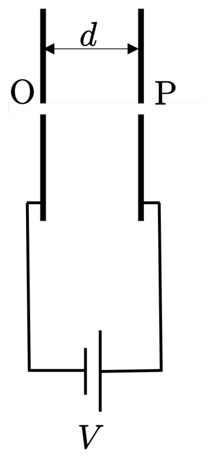

図 2-3

次に，図 2-4 のように，半径 R の金属円筒を点 P に接するようにつけた。円筒の点 P に接する部分と，点 P に向かい合う点 Q に粒子が通過できる小さな穴が開けられている。金属円筒内には，磁束密度 B の一様な磁場が，紙面の裏から表に向かってかけられている。点 P に到達して，円筒内に侵入した粒子は磁場からローレンツ力を受け，円筒内で等速円運動をして円筒の内壁に衝突する。

(2) 等速円運動の回転半径を求めよ。

(3) 円筒内で等速円運動をする粒子は，円筒の内壁と一度だけ完全弾性衝突をして，その後，点 Q より円筒の外部に飛び出た。粒子がこのような運動をするときの磁束密度 B の大きさを求めよ。

(4) 点 P から点 Q に到達するまでに要した時間を求めよ。なお，完全弾性衝突に要した時間は無視できるものとする。

(5) このときの粒子の軌跡を，解答用紙の図に描け。

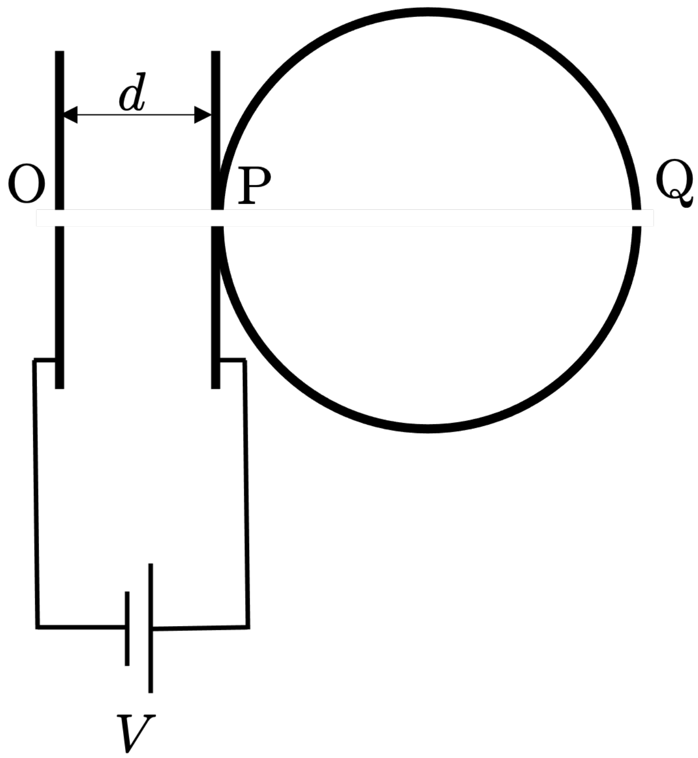

図 2-4

問題 3 (30 点)

3A

入射角と屈折角の関係を表す屈折の法則を 2 つの原理から導こう。

ホイヘンスの原理とは，波面上の各点から波の進む速さで円形波が広がるという考え方であり，この波は素元波と呼ばれる。そして，ある瞬間の波面から出た素元波に共通に接する線 (包絡線) が次の瞬間の波面になるという考え方である (図 3-1)。

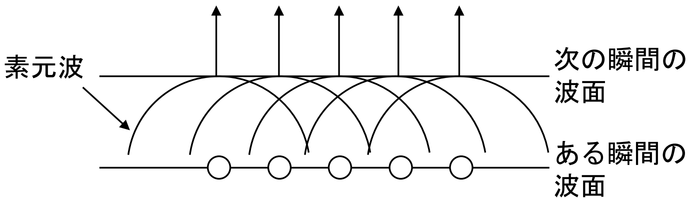

図 3-1. ホイヘンスの原理

まず，ホイヘンスの原理から屈折の法則を導こう。図 3-2 において，速さ v_1 で媒質 1 の中を進む直線波が時刻 0 において点 A に到達し，境界面の法線との角度が θ_1 $(0^\circ < \theta_1 < 90^\circ)$ となるように入射する。入射波は境界面で屈折し，角度を変えて速さ v_2 で媒質 2 の中を進む。このときの屈折波と境界面の法線との角度を θ_2 $(0^\circ < \theta_2 < 90^\circ)$ とする。また，入射波が点 B に到達する時刻を t (> 0) とする。点 B に到達する入射波の時刻 0 における位置を点 b とし，時刻 0 に点 A において屈折した屈折波の時刻 t における位置を点 a とする。以下の問いに答えよ。

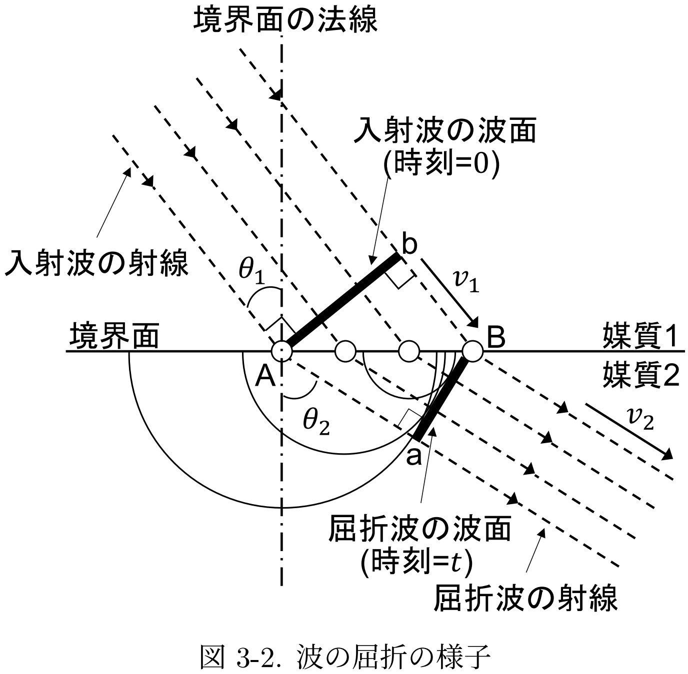

図 3-2. 波の屈折の様子

(1) $\sin\theta_2$ を AB および aA を用いて表せ。ここで，AB および aA はそれぞれ点 A と点 B との間の距離および点 a と点 A との間の距離を表すとする。

(2) aA と bB との間に成り立つ関係を v_1 および v_2 を用いて表せ。ここで，bB は点 b と点 B との間の距離を表すとする。

(3) $\sin\theta_1$ と $\sin\theta_2$ との間に成り立つ関係を v_1 および v_2 を用いて表せ。

次に，フェルマーの原理から屈折の法則を導こう。フェルマーの原理とは，光は最短時間で到達できる経路を通る，というものである。

図 3-3 において，点 A から点 B へ到達する光の経路を考える。速さ v_1 で媒質 1 の中を進む光は境界面で角度を変えて速さ v_2 で媒質 2 の中を進む。点 A から点 B へ到達する光は，まず，点 A から境界面上の点 C まで直線的に進む。このときの境界面の法線との角度は θ_1 $(0^\circ < \theta_1 < 90^\circ)$ である。そして，光は点 C で屈折し，点 C から点 B まで直線的に進む。屈折光と境界面の法線との角度は θ_2 $(0^\circ < \theta_2 < 90^\circ)$ である。点 A の座標を $(0, 0)$，点 B の座標を (b_1, b_2) とし，点 A から境界面までの距離を c とする。ここで，$b_1, b_2, c > 0$ かつ $b_2 > c$ である。点 C の座標を (x, c) とする。ここで，$0 \leqq x \leqq b_1$ である。

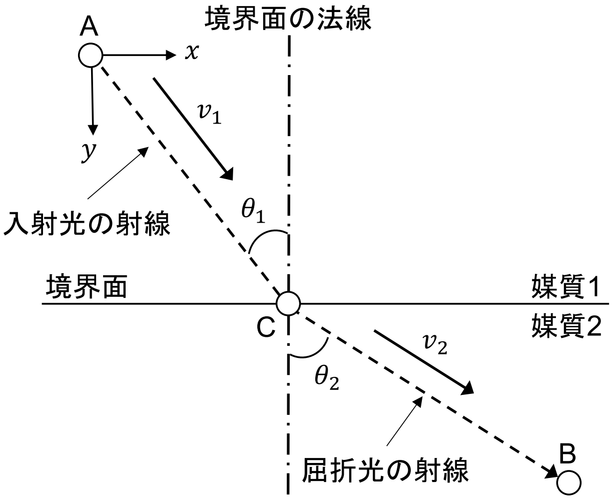

図 3-3. 光の屈折の様子

(4) 光が点 A から点 C に到達するまでにかかる時間を v_1, c および x を用いて表せ。

(5) 光が点 C から点 B に到達するまでにかかる時間を v_2, b_1, b_2, c および x を用いて表せ。

(6) 光が点 A から点 B に到達するまでにかかる時間を x の関数 $f(x)$ とし，$f'(x)$ を $f(x)$ の導関数とする。$f'(x)$ を v_1, v_2, b_1, b_2, c および x を用いて表せ。

(7) $f'(x)$ を $v_1, v_2, \sin\theta_1$ および $\sin\theta_2$ を用いて表せ。

(8) $f'(x) = 0$ のときに $\sin\theta_1$ と $\sin\theta_2$ との間に成り立つ関係を v_1 および v_2 を用いて表せ。

(9) プールの中で下半身だけが水に浸かっている状態で立っている人をプールの外から見た場合に，下半身の長さは水の外にいるときと比べて長く見えるか短く見えるかを，図を用いて説明せよ。ただし，光が水中を進む速さは，空気中を進む速さよりも遅いとする。

3B

物質量 1 モルの単原子分子の理想気体をピストンのついたシリンダーに閉じ込めた熱機関において，図 3-4 のように，圧力と体積を変化させた。ここで，$a > 1$, $b > 1$ である。はじめの状態 A の絶対温度を T，状態 B，C，D の絶対温度をそれぞれ $T_{\mathrm{B}}, T_{\mathrm{C}}, T_{\mathrm{D}}$，気体定数を R として，以下の問いに答えよ。

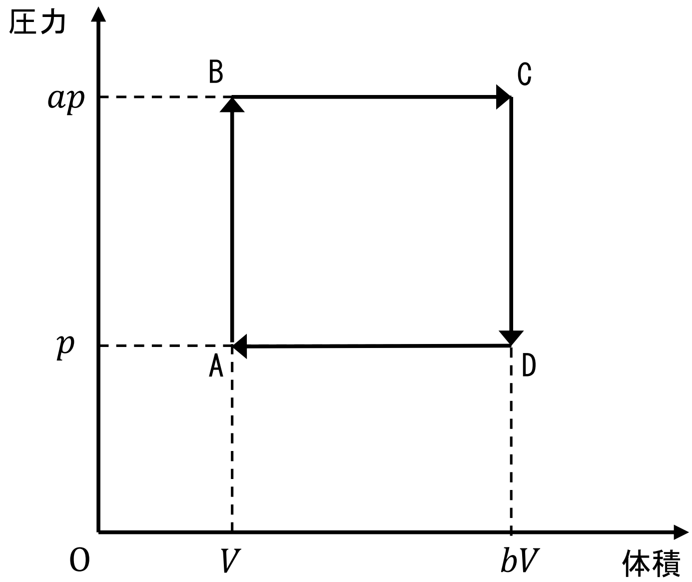

図 3-4. 熱機関

(1) $T_{\mathrm{B}}, T_{\mathrm{C}}, T_{\mathrm{D}}$ をそれぞれ a, b および T のうち必要なものを用いて表せ。

(2) 過程 A $\to$ B $\to$ C における気体の内部エネルギーの変化量 U_1 を a, b, T および R を用いて表せ。

(3) 過程 A $\to$ B $\to$ C で気体が外部にした仕事 W_1 を a, b, T および R を用いて表せ。

(4) 過程 C $\to$ D $\to$ A における気体の内部エネルギーの変化量 U_2 を a, b, T および R を用いて表せ。

(5) 過程 C $\to$ D $\to$ A で気体が外部にした仕事 W_2 を b, T および R を用いて表せ。

(6) 1 サイクルの間に気体が外部にした仕事 W' を a, b, T および R を用いて表せ。

(7) この熱機関の熱効率 e を a および b を用いて表せ。

(8) a を定数とし，b のみを変化させることを考える。熱効率 e を大きくするためには，b の値をどのような値にすればよいかを理由とともに答えよ。

(9) a を定数とし，b のみを変化させることを考える。b が無限大に近づくとき，熱効率 e はどのような値に近づくかを答えよ。

(10) 問 (9) において求めた値をあらためて e とおき，この e において a を変化させることを考える。a が無限大に近づくとき，e はどのような値に近づくかを答えよ。