

令和6年度
物理学科総合型選抜Ⅱ課題探求試験問題
物理学（100点）

令和6年1月20日（土） 9：00-11：30

注意事項

- (1) 指示があるまでは、問題冊子ならびに解答冊子を開かないこと。
- (2) 問題冊子1部、解答冊子1部が配布されていることを確認すること。
- (3) 「はじめ」の指示があったら、解答を始める前に、問題冊子の表紙に続いて問題が1Aから3Bまで6題、解答用紙が6枚あることを確認し、全ての解答用紙に受験番号を記入すること。
- (4) 解答は問題ごとに所定の解答用紙に記入すること。解答に至る道筋も可能な範囲で適宜記述すること。
- (5) 特に指定のない場合には、裏面を使って解答してもよい。下書きには、問題冊子の余白や裏面などを利用し、解答用紙の余白には下書きをしないこと。
- (6) 「おわり」の指示があったら、ただちに筆記用具を置くこと。
- (7) 試験終了後、解答冊子は回収するが、問題冊子は持ち帰ってよい。

問題 1 (35 点)

1A

図 1-1 に示すように、長さ l の質量が無視できる糸の上端を点 O で固定し、質量 m のおもりを他端につるした単振り子を考える。おもりは鉛直面内の円弧に沿って運動し、運動中に糸はたるまないものとする。糸が鉛直方向となす角を θ とし、反時計回りを正とする。おもりには張力と重力のみがはたらくものとし、張力の大きさを S 、重力加速度の大きさを g として以下の問いに答えよ。

- (1) おもりに対して点 O へむかう方向にはたらく力 (向心力) と、それに垂直な円弧の接線方向にはたらく力を、それぞれ S , m , l , g , θ の中から必要なものを用いて表せ。ただし、図 1-1 において、向心力は点 O へむかう向きを正、円弧の接線方向の力は反時計回りの向きを正とする。
- (2) 角 θ でのおもりの速さが v であったとする。このときの張力の大きさ S を m , l , g , θ , v の中から必要なものを用いて表せ。

以下の (3), (4) では、ある角 θ_0 での位置でおもりの速さが 0 (ゼロ) であったとする。

- (3) おもりの位置が角 θ_0 から最下点 ($\theta = 0$) に移動するまでの間に張力がする仕事を答えよ。また、この間、力学的エネルギー保存の法則が成り立つ理由を答えよ。
- (4) 角 θ でのおもりの速さ v を m , l , g , θ_0 , θ の中から必要なものを用いて表せ。

以下の (5), (6) では、角 θ が十分小さいとし、 $\sin \theta \doteq \theta$ とみなす。

- (5) おもりの最下点 ($\theta = 0$) から円弧に沿った変位を $x (= l\theta)$ とする。おもりにはたらく円弧の接線方向の力を S , m , l , g , x の中から必要なものを用いて表せ。
- (6) おもりの x に関する運動は単振動とみなすことができる。この単振動の角振動数を S , m , l , g , x の中から必要なものを用いて表せ。また、おもりの質量、糸の長さ、 x の振幅、重力加速度の大きさのそれぞれに対して、単振動の周期がどのように依存するかを答えよ。

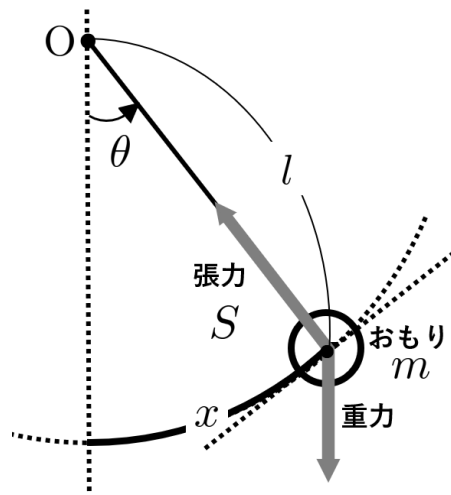


図 1-1

1B

図 1-2 のように物体 1 と物体 2 が同じ直線上を運動し衝突する場合を考える。物体 1 と物体 2 に外力ははたらかず、衝突の際の十分短い時間 Δt だけ内力がはたらく。この内力は作用・反作用の法則にしたがう。衝突の間、物体 2 が物体 1 から受ける力は一定であり、その力を F とする。物体 1 と物体 2 の質量をそれぞれ m_1 と m_2 、物体 1 と物体 2 の衝突前の速度をそれぞれ v_1 と v_2 、物体 1 と物体 2 の衝突後の速度をそれぞれ v'_1 と v'_2 とする。力と速度に関しては図 1-2 の右向きを正とし、物体 1 と物体 2 はいずれも回転しないものとして以下の問いに答えよ。

- (1) 衝突の際に物体 1 が物体 2 から受ける力を求めよ。また、それぞれの物体の衝突前から衝突後の運動量の変化を F と Δt を用いて表せ。
- (2) 衝突前と衝突後の全運動量の間になり立つ関係式を $m_1, m_2, v_1, v_2, v'_1, v'_2$ の中から必要なものを用いて表せ。
- (3) 衝突前と衝突後の重心速度をそれぞれ $v_c = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}$ と $v'_c = \frac{m_1 v'_1 + m_2 v'_2}{m_1 + m_2}$ としたとき、 v_c と v'_c との間になり立つ関係式を求めよ。
- (4) 衝突前の相対速度を $v_r = v_1 - v_2$ とする。 v_1 と v_2 を m_1, m_2, v_c, v_r を用いて表せ。
- (5) 2つの質量の和 $M = m_1 + m_2$ と衝突前の相対速度 v_r を用いると、衝突前の運動エネルギー K は $K = \frac{1}{2} M v_c^2 + \frac{1}{2} \mu v_r^2$ のように定数 μ を用いて書ける。 μ を m_1, m_2 を用いて表せ。
- (6) 衝突後の相対速度を $v'_r = v'_1 - v'_2$ とする。衝突後の運動エネルギー K' を v'_c, v'_r, M, μ を用いて表せ。
- (7) 反発係数 (はねかえり係数) を $e = -\frac{v'_1 - v'_2}{v_1 - v_2}$ とする。反発係数 e が $e \geq 0$ であることを説明せよ。
- (8) 衝突後の運動エネルギー K' を M, μ, v_c, v_r, e の中から必要なものを用いて表せ。
- (9) 運動エネルギー K と K' が $K' \leq K$ となるとき、問 (5) の K と問 (8) の K' の表式を用いて、反発係数 e が $e \leq 1$ を満たすことを示せ。

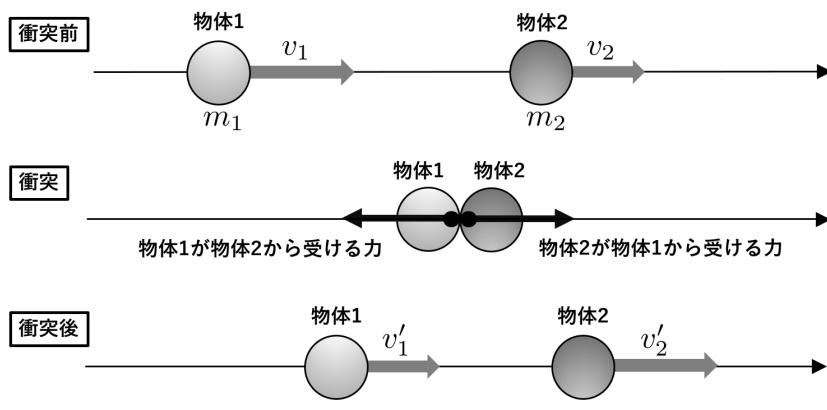


図 1-2

問題 2 (35 点)

2A

図 2-1 のような直方体状の半導体がある。半導体の各辺は x, y, z 軸のそれぞれと平行であるとし、 x, y, z 方向の辺の長さはそれぞれ、 L, W, H である。半導体の x 方向の両端の点 a と点 b ($a \rightarrow b$ は x 軸正の向き) を、それぞれ、電池 (起電力 $V > 0$) の正極と負極に、抵抗の無視できる導線で接続する。ab 間の電場は一様で、電場の強さを E とする。半導体中の電荷の移動を担う粒子 (キャリア) として $-e$ の電荷 (e は素電荷) をもつ電子 (自由電子) および e の電荷をもつホール (正孔) が考えられるが、どちらか一方の種類のキャリアのみが存在するとし、キャリアの数密度 (単位体積あたりのキャリアの個数) を n とする。

- (1) 電場の強さ E を L, W, H, V の中から必要なものを用いて表せ。
- (2) キャリアが電子の場合とホールの場合について、電場から受ける力の向き ($a \rightarrow b$ または $b \rightarrow a$) をそれぞれ答えよ。

キャリアの集団は電場から受ける力と同じ向きに移動するが、途中で原子との衝突による抵抗力を受けるため平均速度の大きさ v は E に比例した一定値 $v = \mu E$ となる (μ は比例定数で $\mu > 0$)。

- (3) キャリアによる電流の大きさ I を e, n, W, H, μ, E を用いて表せ。なお、キャリアとして電子またはホールのどちらを考えてもよい。
- (4) 半導体の抵抗値は抵抗率 ρ 、長さ L 、および断面積 WH により決まる。 ρ を I, V, L, W, H を用いて表せ。
- (5) 問 (1), (3), (4) の結果を踏まえ、次の文章の空欄 (ア) および (イ) に当てはまる適切な言葉を、それぞれ以下の (a)~(e) の中から 1 つずつ選べ。ただし、温度変化による μ の変化は無視できるものとする。

「通常の金属導体とは異なり、半導体の抵抗率 ρ は温度上昇とともに減少する。これは (ア) が温度上昇とともに (イ) するということで説明できる。」

- (a) 長さ L , (b) 断面積 WH , (c) キャリア数密度 n , (d) 増加, (e) 減少

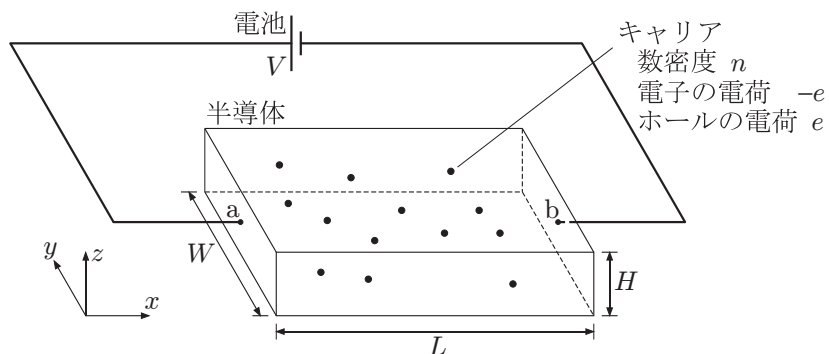


図 2-1

次に電池をつないだまま、図 2-2 のように半導体全体を含む領域に磁束密度の大きさ B の磁場を z 軸正の向きに加える。半導体の y 方向の両端の点 c と点 d ($c \rightarrow d$ は y 軸正の向き) の間の電位差を電圧計により測定する。電圧計の内部抵抗は十分大きく、電圧計を通して流れる電流は無視できるものとする。

- (6) 磁場をかけた直後、 x 軸と平行に速さ v で進むキャリアが磁場から受ける y 方向の力の大きさを求めよ。
- (7) この磁場から受ける力の影響により、キャリアの一部は点 c 側または点 d 側の面に集まる。電子およびホールそれぞれの場合において、キャリアの一部が集まるのは点 c 側と点 d 側のどちらか答えよ。
- (8) 点 c 側の面と点 d 側の面は互いに反対の電荷を帯び、半導体内の電場には y 成分が現れ、点 c と点 d の間に電位差が生じる (ホール効果)。キャリアが電子の場合とホールの場合について、点 c と点 d を比べどちらの電位が高いかそれぞれ答えよ。

磁場をかけてしばらくすると、キャリアが電場から受ける力の y 成分と、磁場から受ける力の y 成分はつりあう。結果として、キャリアは磁場をかける前と同様に x 軸と平行で大きさ v の平均速度をもつ。

- (9) cd 間で電場の強さが一定であるとする。電圧計で測定した電圧の大きさ V_H を e , v , B , W , H のうち必要なものを用いて表せ。

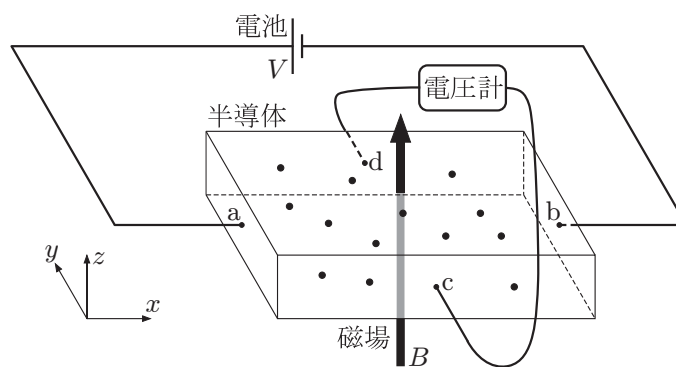


図 2-2

2B

図 2-3 のような回路において、スイッチ S が a 側に入っており、角周波数 ω ($\omega > 0$) の交流電源に抵抗 (抵抗値 R)、コンデンサー (電気容量 C)、コイル (自己インダクタンス L) が抵抗の無視できる導線により直列に接続されている。時刻 t に c-d-e-f の経路を流れる電流を $I(t) = I_0 \cos \omega t$ (I_0 は振幅で $I_0 > 0$) とする。電流の符号は電流の向きが $c \rightarrow d \rightarrow e \rightarrow f$ のとき正とする。解答を表すにあたり、 $\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = -\sin \omega t$, $\cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) = \sin \omega t$ の関係を利用してよい。

- (1) 抵抗の両端の電位差 $V_R(t)$ を I_0, R, ω, t を用いて表せ。ただし V_R の符号は点 c の電位が点 d の電位より高いときを正とする。
- (2) コンデンサーの両端の電位差 $V_C(t)$ を I_0, C, ω, t を用いて表せ。ただし V_C の符号は点 d の電位が点 e の電位より高いときを正とする。
- (3) コイルの両端の電位差 $V_L(t)$ を I_0, L, ω, t を用いて表せ。ただし V_L の符号は点 e の電位が点 f の電位より高いときを正とする。
- (4) 交流電源の電圧 $V(t)$ を I_0, R, C, L, ω, t を用いて表せ。ただし V の符号は点 a の電位が点 f より高いときを正とする。
- (5) ある特定の角周波数 $\omega = \omega_0$ では、 $V_C(t) + V_L(t) = 0$ が常に成り立つ。 ω_0 を I_0, R, C, L の中から必要なものを用いて表せ。

以下、 $\omega = \omega_0$ で、点 d と点 f の電位が常に等しくなっている場合を考える。この場合の交流電流 $I(t)$ は、図 2-4 のように点 d と点 f を抵抗の無い導線で結んでできたコンデンサーとコイルからなる回路 d-e-f-d 内を流れる電流と同じとみなすことができる。

- (6) 電流が最大値 $I = I_0$ となる瞬間にコイルが蓄えるエネルギーを I_0, C, L のうち必要なものを用いて表せ。
- (7) 電流が $I = 0$ となる瞬間のコンデンサー両端の電位差 V_C の大きさを I_0, C, L のうち必要なものを用いて表せ。

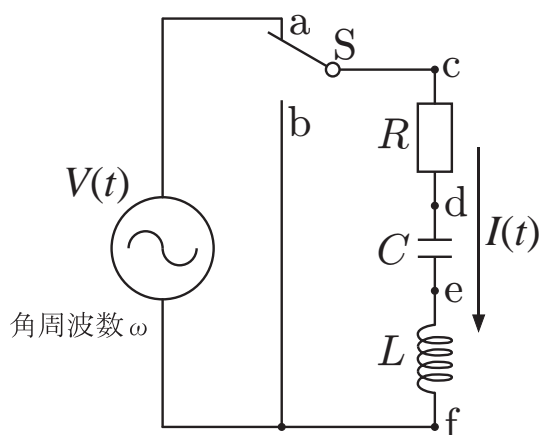


図 2-3

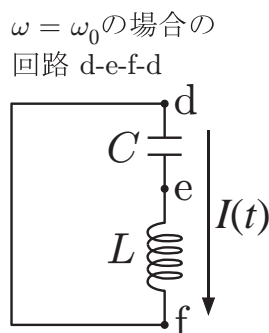


図 2-4

次に電流が増加しながら $I = 0$ となる瞬間 (時刻 $t = t_0$) に図 2-3 のスイッチ S を a 側から b 側に切り替えた。スイッチを切り替えるのに要する時間は交流の周期より十分短く無視できるものとする。

- (8) $t = t_0$ 前後での電流 $I(t)$ を表すグラフの概形として適切なものを図 2-5 の (a)~(f) の中から 1 つ選び記号で答えよ。

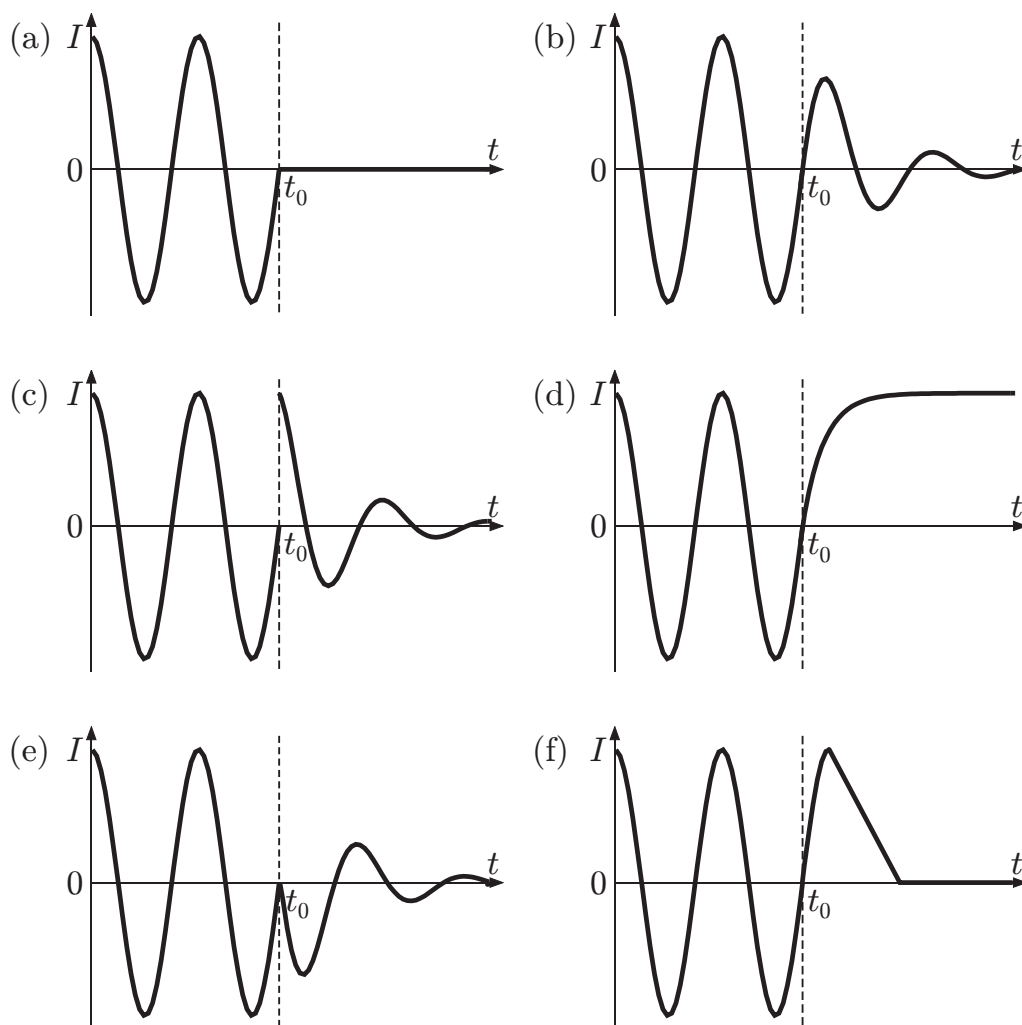


図 2-5

問題3 (30点)

3A

n モルの単原子分子の理想気体について考える。気体定数を R として以下の問いに答えよ。

- (1) この理想気体の絶対温度 T における内部エネルギー U を書け。
- (2) 温度が ΔT 変化したときの内部エネルギーの変化 ΔU を書け。その結果を用いて、定積モル比熱 C_V [J/(mol·K)] を R を用いて表せ。
- (3) 圧力を一定にして理想気体の温度を ΔT 変化させると、体積が ΔV 変化した。このとき理想気体がした仕事 W を $n, R, \Delta T$ を用いて表せ。
- (4) 圧力を一定にして理想気体に熱量 $Q(> 0)$ を加えると、その一部は内部エネルギーの変化 $\Delta U(> 0)$ になり、残りは理想気体がする仕事 $W(> 0)$ に変わる。熱力学第1法則から、定圧モル比熱 C_P [J/(mol·K)] を C_V と R を用いて表せ。

図3-1のように、容器1と容器2が開閉可能なコックの付いた細い管(体積は無視できる)でつながれている。コックが閉じられている状態で、容器1にはモル数 n_1 、絶対温度 T_1 、モル質量 4 g/mol の単原子分子の理想気体を封入する。一方で、容器2にはモル数 n_2 、絶対温度 T_2 、モル質量 2 g/mol の二原子分子の理想気体を封入する。2つの理想気体は反応せず、容器の大きさは変化しないものとして以下の問いに答えよ。必要に応じて、二原子分子の理想気体の定積モル比熱は $5R/2$ であることを用いてよい。

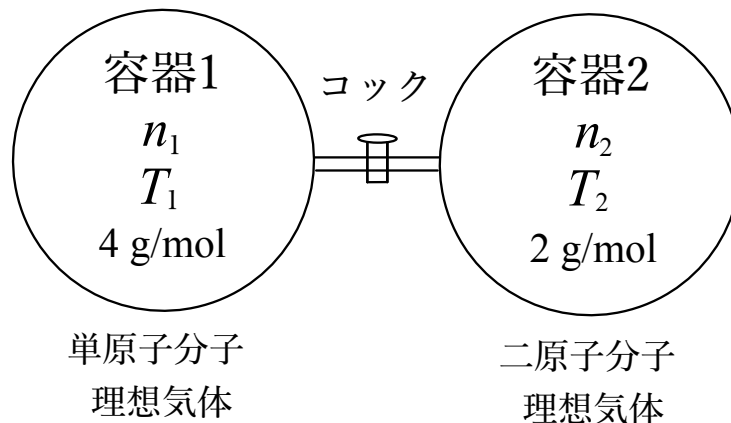


図 3-1

- (5) コックを開いて十分な時間が経ったあと、混合した理想気体は熱平衡に達した。混合した理想気体の絶対温度 T を求めよ。なお2つの理想気体は、容器や管の外と熱交換せず、コックを開いた後は断熱的に状態が変化するものとする。

- (6) 混合した理想気体に熱量 Q を加えると、温度が ΔT 変化した。理想気体の定積モル比熱と Q の間に成り立つ関係を考慮し、 Q を $n_1, n_2, R, \Delta T$ を用いて表せ。
- (7) 2つの理想気体の質量は合わせて 15 g であった。質量について n_1 と n_2 の間に成り立つ関係式を書け。
- (8) 熱量 $Q = 166.2 \text{ J}$ を混合した理想気体に加えると、温度が $\Delta T = 2 \text{ K}$ 変化した。 $R = 8.31 \text{ J}/(\text{mol}\cdot\text{K})$ として、モル数 n_1 と n_2 をそれぞれ求めよ。

3B

図 3-2 のように、波長 λ の単色光が入射角 i で真空から薄膜に入射している。点 A に達した光の一部は屈折角 r で薄膜内に入りこみ、点 E で反射する。その後、点 D で再び真空に戻り、F の観測者に届く。一方で、点 A の光と同位相にある点 B の光の一部は、点 D で反射して F の観測者へ向かう。これにより経路 AEDF を通る光と経路 BDF を通る光は干渉する。直線 AE 上にある点 C の光は、点 D の光と同位相にある。このとき、直線 CD は直線 AE の垂線となっている。

以下では F における光の干渉を観測することで、薄膜の厚さ d を求めることを考える。真空中の光の速さを c 、薄膜の屈折率を $n (> 1)$ として以下の問いに答えよ。

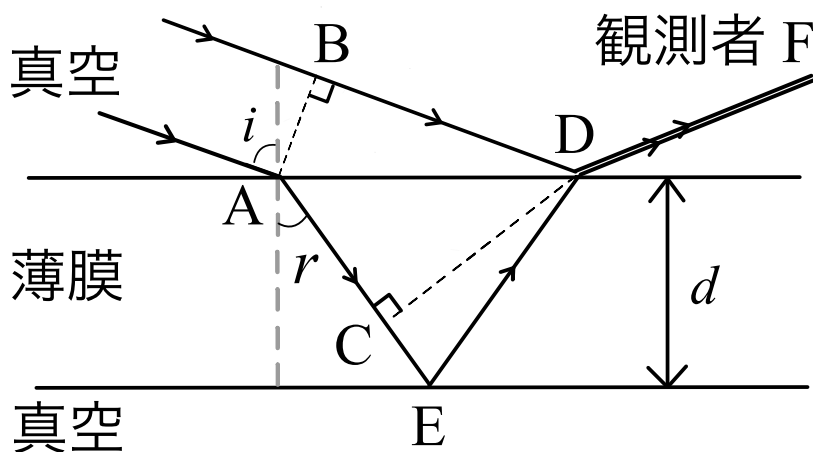


図 3-2

- (1) 薄膜内の光の速さを答えよ。
- (2) 経路 BD を進む光と経路 AED を進む光の光路差を $n, d, \cos r$ を用いて表せ。
- (3) 経路 BD を進んだ光が薄膜上で反射して F へ向かうとき、位相が π だけ変化することに注意して、F において光が明るく見えるための条件式を $\cos r, n, d, \lambda$ を用いて表せ。なお解答には整数 $m (m = 0, 1, 2, \dots)$ を用いよ。
- (4) 屈折の法則から $\cos r$ を $\sin i$ と n を用いて表せ。またその結果を問 (3) で求めた条件式に代入し、光が明るく見えるための条件式を $d, n, \lambda, \sin i, m$ を用いて表せ。
- (5) 光の入射角 i を変化させながら F で光を観測する。ただし、図 3-2 の点 B, C, D, E, F の位置は入射角 i に応じて変化する。ある入射角 $i = i_1$ で光を入射させると、問 (4)

で求めた条件式が満たされ、経路 AEDF と経路 BDF を通った光は F で強めあった。次に、光の入射角を $i = i_1$ から徐々に減らしていくと、F で観測される光は一端弱めあい、 $i = i_2$ になると再び強めあった。このことを踏まえ、薄膜の厚さ d を $n, \lambda, \sin i_1, \sin i_2$ を用いて表せ。