令和２年度
物理学科ＡＯ選抜課題探求試験問題

物理学 (100 点)
令和２年２月１日(土) 9:00〜11:30

注意事項

1. 指示があるまでは，問題冊子ならびに解答冊子を開かないこと。
2. 問題冊子１部，解答冊子１部が配布されていることを確認すること。
3. 「はじめ」の指示があったら，解答を始める前にまず，問題冊子の表紙に続いて問題が**１Ａ**から**３Ｃ**まで７題，解答用紙が７枚あることを確認し，全ての解答用紙に受験番号と氏名を記入すること。
4. 解答は問題ごとに所定の解答用紙に記入すること。解答に際しては，最終的な答えだけではなく，その答えに至る道筋もていねいに記述すること。必要なら解答用紙の裏面を用いてもよい。
5. 「おわり」の指示があったら，ただちに鉛筆を置くこと。
6. 試験終了後，解答冊子は回収するが，問題冊子は持ち帰ってよい。

問題１（３５点）

１Ａ

図1-1のように、区間PQ, QR, RSを持つ斜面がある。斜面の角度は水平面に対してθであり、PQ間はなめらかな面、QR間およびRS間は共に粗い面で、動摩擦係数をそれぞれμ_2, μ_3とする。質量mの小物体を点Pで静かに離した時の小物体の運動を考える。

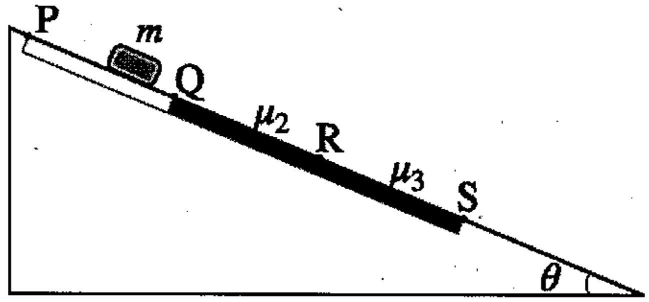

図1-1

図1-2は小物体の速さvと時刻tの関係を示したものである。$t=0$で小物体を離したとし、小物体がPQ間を移動するのにかかった時間がT、以下同様にQR間の時間が$2T$、RS間の時間が$T/2$である。

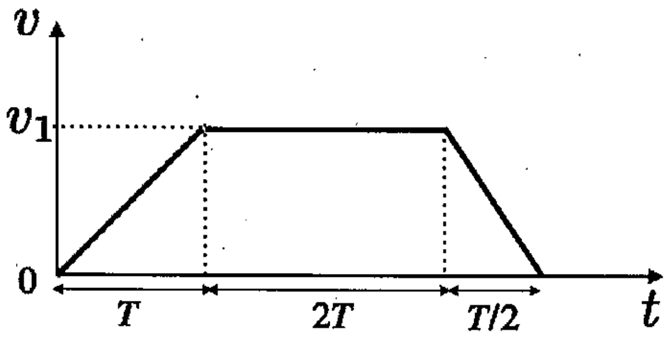

図1-2

重力加速度の大きさをgとして、以下の問いに答えよ。

(1) 小物体が点Qに到達した時の速さv_1をPQ間の長さl_1及びg, θを用いて表せ。

(2) QR間において、小物体にかかる全ての力の大きさをm, g, μ_2, θを用いて書き、さらに、解答用紙の図に力の向きを矢印で作図せよ。

(3) QR間における動摩擦係数μ_2をθを用いて表せ。

(4) RS間における動摩擦係数μ_3をμ_2を用いて表せ。

(5) RS間の長さl_3をl_1を用いて表せ。

(6) RS間における斜面の摩擦力が物体にした仕事Wをl_1, m, g, θを用いて表せ。

— 計算用余白ページ —

1B

図 1-3 のように、赤道から高さ r にある質量 m の人工衛星を考える。地球の質量を M、半径を R、地表での重力加速度の大きさを g、万有引力定数を G、地球は完全な球体とし、大気の影響は無視できるものとする。数値計算をする場合は $R = 6.4 \times 10^3$ km, $g = 10$ m/s^2 として、以下の問いに答えよ。

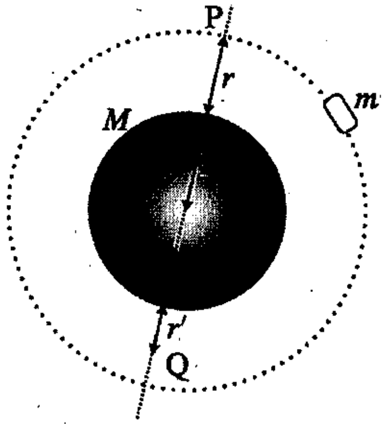

図 1-3

(1) 万有引力定数 G を g, M, R を用いて表せ。

(2) 人工衛星が等速円運動しているとして、その速さ v を G, M, R, r を用いて表せ。

(3) $r = 0$、つまり、人工衛星が地表すれすれを等速円運動する時の速さ V の値を数値計算せよ。

(4) 人工衛星の軌道上の点 P に質量 m の物体を静止した状態で置いたら、物体と人工衛星が衝突し、人工衛星と一体となった。物体と一体となった直後の人工衛星の速さ v' を v を用いて表せ。

物体と一つになった人工衛星は地球の中心を焦点とした楕円運動をする。この軌道が、点 P と地球の中心を結ぶ直線と、地球をはさんで点 P の反対側で交わる点を Q とする。また、物体と衝突する前の人工衛星の高さは $r = R$ であったとする。

(5) 点 Q の高さを $r' > 0$ とし、物体と一つになった人工衛星の点 Q における速さ v_Q を v' を用いて表せ。

(6) 物体と一つになった人工衛星が、地球に衝突せずに運動を続けるための v' に対する条件を G, M, R を用いて表せ。

図 1-4 のように、赤道上の地点 P に高さ h の高層ビルがあったとする。地球の自転速度、つまり、地点 P での速さを v_0 とし、上下に地球の中心を貫く点線は自転の軸とする。数値計算をする場合は $R = 6.4 \times 10^3$ km, $g = 10$ m/s^2 として、以下の問いに答えよ。

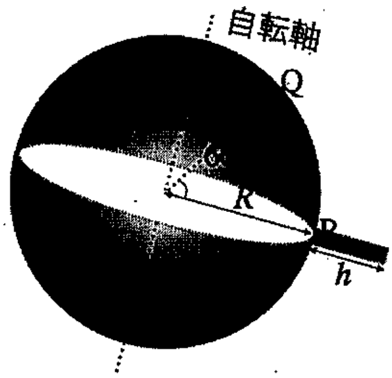

図 1-4

(7) 地点 P にいる観測者から見たビルの最上部の速さ v_h を v_0, h, R を用いて表せ。

(8) 北緯 60 度のある地点 Q に高さ 500 m の高層ビルがあったとする。このビルの最上部から静かに小物体を落下させたら、点 Q からどの方角にどれだけずれるか答えよ。ただし、$v_0 = 500$ m/s とする。

問題2（35点）
2A

図2-1のように、面積 S の極板1、2からなる極板間隔 $2d$ の平行板コンデンサーがある。極板1、2間に面積 S、厚さ d の導体板が、極板からはみ出すことなく、平行に挿入されている。極板1と導体板の間隔を a、極板2と導体板の間隔を $d-a$ とする $(0<a<d)$。極板面に対して垂直に x 軸をとり、厚さの無視できる極板1および2の座標をそれぞれ $x=0$、$x=2d$ とする。真空の誘電率を ε_0 とする。また、極板や導体板の端効果は無視できる。

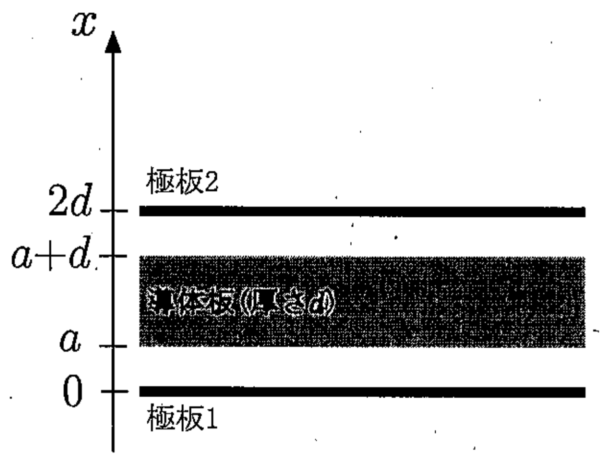

図2-1

(1) 極板1と導体板を一つのコンデンサーと見たとき、その静電容量 C_1 を求めよ。

(2) 前問と同様に極板2と導体板からなるコンデンサーの静電容量を C_2 とする。このとき導体板が挿入された極板1、2からなるコンデンサー全体の静電容量を C_1 と C_2 を用いて表せ。

次に図2-2のように、極板1と極板2の間に起電力 V の電池を2つ同じ方向に直列につないだ。このとき極板1を電位の基準とし、極板2の電位は $2V$ となった。導体板と2つの電池の中間点を結ぶスイッチSは開いており、導体板に蓄えられている総電荷はゼロであるとする。

(3) 導体板の電位を $V, d, a, S, \varepsilon_0$ のうち必要なものを用いて表せ。

(4) 極板1と導体板の間の隙間における電場の大きさを $V, d, a, S, \varepsilon_0$ のうち必要なものを用いて表せ。

(5) $0 \leqq x \leqq 2d$ の範囲での電位および電場の大きさの変化の様子を、それぞれ、解答用紙のグラフ上に描け。ただし、縦軸には適切な値を記入すること。

次に、スイッチSを閉じ、導体板の電位を V にした。

(6) 導体板に蓄えられている総電荷を V, C_1, C_2 を用いて表せ。

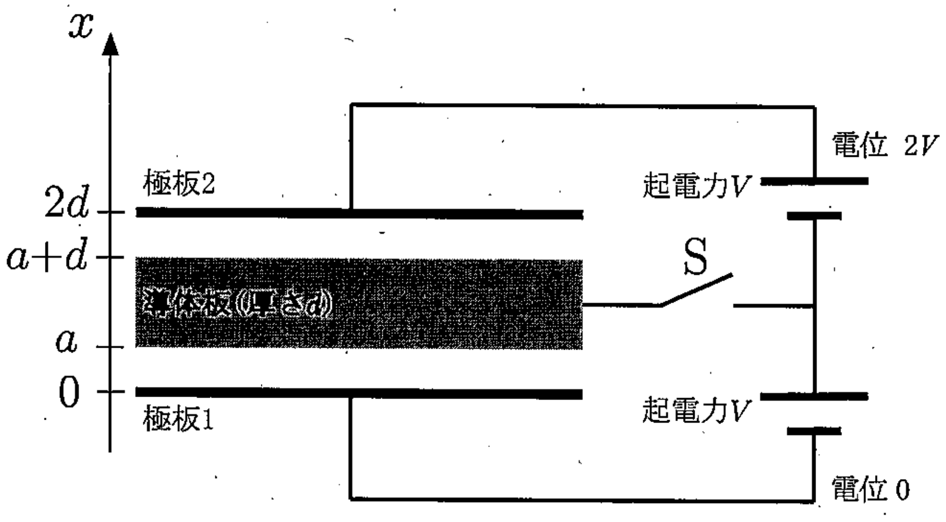

図 2-2

次に、スイッチ S を開いた後、極板 1 と導体板の間の隙間 ($0 < x < a$ の範囲) を比誘電率 ε_r ($\varepsilon_r > 1$) の誘電体で満たした。

(7) 導体板の電位を V, C_1, C_2, ε_r を用いて表せ。

2B

図 2-3 のように、x, y, z 座標を考え、空間を $x < 0$ の領域 I、$0 \leqq x \leqq l$ の領域 II、$x > l$ の領域 III に分け、質量 m、正電荷 q の荷電粒子の運動を考える。ただし、紙面に垂直で裏から表への向きを z 軸正の方向とする。最初、荷電粒子は領域 I 内を初速 v_0 で x 軸正の方向に飛行し、やがて領域 II に入った。空気抵抗や重力の影響はないとする。

まず、電場は存在せず、領域 II にだけ z 軸負の方向を向いた磁束密度の大きさが B の磁場が存在しているとする。このとき、荷電粒子は図 2-3 のように、領域 II 内で円弧の軌跡を描き、領域 III に達したとする。

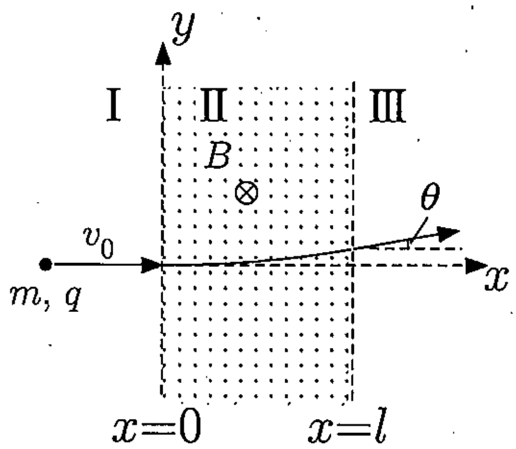

図 2-3

(1) 円弧の半径を求めよ。

(2) 荷電粒子が領域 III に達するために必要な v_0 の条件を書け。

(3) 円弧の半径に比べ l が十分小さいとき、円弧の長さは l と近似できる。このとき、領域 III での荷電粒子の速度ベクトルと x 軸正の方向のなす角度 θ を求めよ。

次に、荷電粒子が領域 III に達しない場合を考える。このとき、領域 II 内の軌跡は図 2-4 のような半円となり、荷電粒子は再び領域 I に戻る。領域 I から領域 II に入った瞬間の荷電粒子の位置 (点 O) の座標を $(x, y, z) = (0, 0, 0)$ とし、領域 II から再び領域 I へ出た瞬間の荷電粒子の位置 (点 P) の座標は $(x, y, z) = (0, y_P, 0)$ であったとする。

(4) 荷電粒子が領域 II に滞在していた時間を求めよ。

次に、図 2-5 のように、前問 (4) での条件に加え、領域 II にだけ z 軸正の方向を向いた大きさ E の一様電場を与える場合を考える。このとき、荷電粒子の x および y 座標の軌跡は図 2-4 のまま変化しないが、荷電粒子は z 方向に電場により加速される。電場を加えた結果、点 P の座標は $(x, y, z) = (0, y_P, z_P)$ となった。

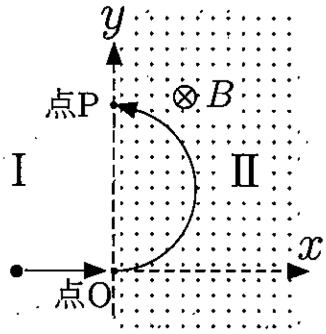

図 2-4

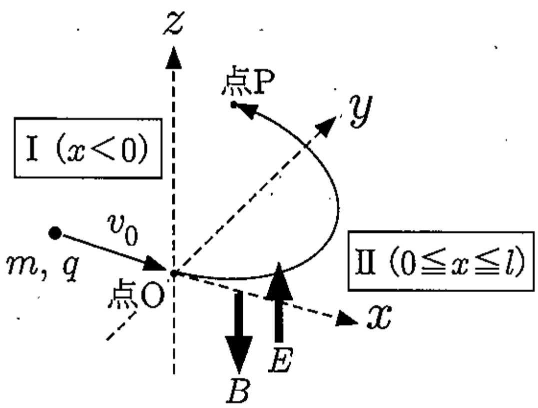

図 2-5

(5) y_P および z_P を求めよ。

(6) 点 P における荷電粒子の運動エネルギーを求めよ。

(7) 点 O から点 P までの間、電場が荷電粒子にする仕事、および磁場が荷電粒子にする仕事をそれぞれ求めよ。

(8) 初速を v_0 の 1/2 倍に変化させたときの点 P の y および z 座標は、それぞれ前問 (5) で求めた y_P および z_P の何倍に変化するか答えよ。

図 2-5 の初速、電場および磁場の条件に加え、荷電粒子が領域 II を飛行中に抵抗力を受ける場合を考える。抵抗力の向きは常に速度と逆向きで、大きさは速さの k 倍 (k は正の定数) であるとする。この抵抗力のため、荷電粒子は領域 I に戻ることなく、領域 II 内を運動し続けた。

(9) 十分長い時間が経過した後、荷電粒子の速度は一定となった。このとき、荷電粒子にはたらく力のつり合いに注意して、速度の向きと大きさを求めよ。

問題３（３０点）

３Ａ

図 3-1 のように、振動数 f_0 の音を発する音源と観測者が左から順に一直線上にならんでいる。音速を V として、以下の問いに答えよ。

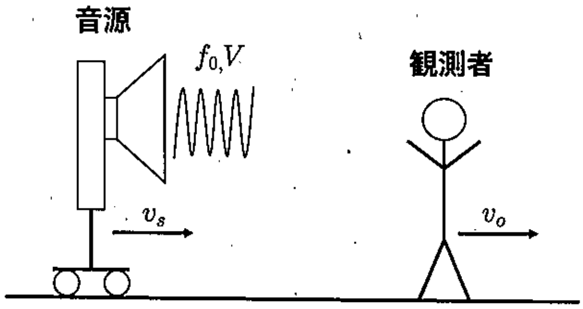

図 3-1

(1) 音源が速さ v_s で右向きに動いており、観測者が静止している場合、観測者が音源から聞く音の振動数 f_1 を、f_0, V, v_s から必要なものを用いて表せ。なお、導出過程を含めて解答せよ。

(2) 観測者が速さ v_o で右向きに動いており、音源が静止している場合、観測者が音源から聞く音の振動数 f_2 を、f_0, V, v_o から必要なものを用いて表せ。なお、導出過程を含めて解答せよ。

次に、図 3-2 のように振動数 f_0 の音を発する音源、観測者、音を反射する反射板が左から順に一直線上にならんでいる。音速を V として、以下の問いに答えよ。

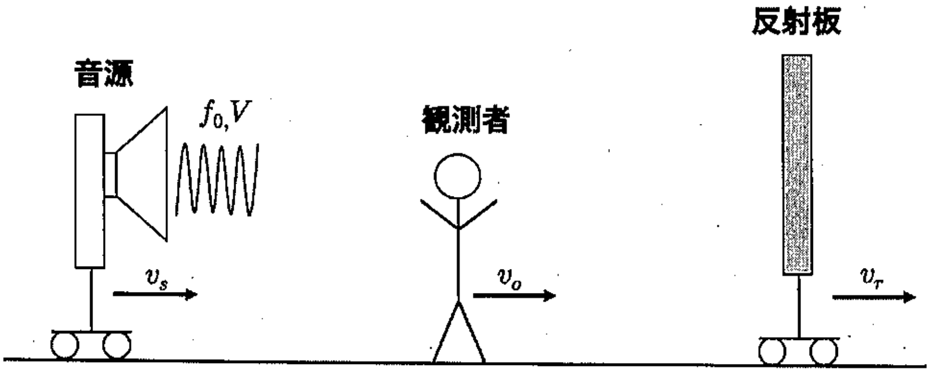

図 3-2

(3) 観測者が音源から聞く音の振動数 f_3 を、f_0, V, v_s, v_o, v_r から必要なものを用いて表せ。

(4) 観測者が反射板から受け取る音の振動数 f_4 を、f_0, V, v_s, v_o, v_r から必要なものを用いて表せ。

(5) 観測者は音源と反射板から異なる振動数の音を聞くことになる。うなりの振動数 f_5 を、f_0, V, v_s, v_o, v_r から必要なものを用いて表せ。また、観測者が速さ v_o を変化させた時、うなりが聞こえなくなる条件を答えよ。

次に、図 3-3 のように振動数 f_0 の音を発する音源が x 軸上の $x < 0$ の領域にあり、観測者が y 軸上の $y > 0$ の領域にいる。音源と観測者を結ぶ直線と x 軸のなす角度を θ とする。音速を V として、以下の問いに答えよ。

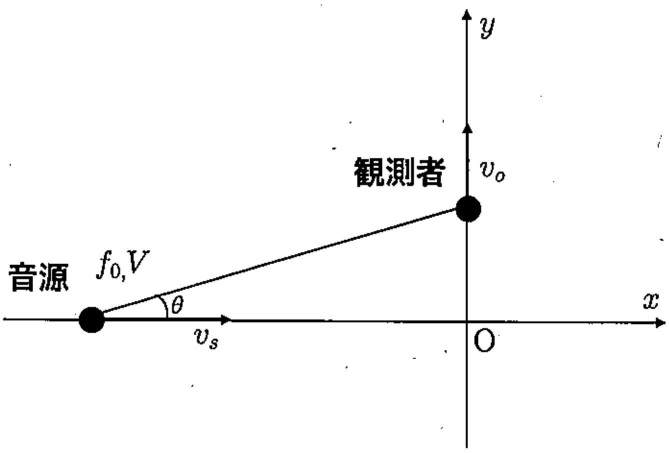

図 3-3

(6) 音源が速さ v_s で x 軸の正の向きに、観測者が速さ v_o で y 軸の正の向きに動いている場合、観測者が音源から聞く音の振動数 f_6 を求めよ。

3B

図3-4のように、なめらかに動くピストンを持つ断熱材でできたシリンダー内に、大気圧で温度 T_0、体積 V_0 の単原子分子の理想気体が1 mol入っている。この状態を状態Aとする。大気圧は P_0 で、気体定数を R として、以下の問いに答えよ。

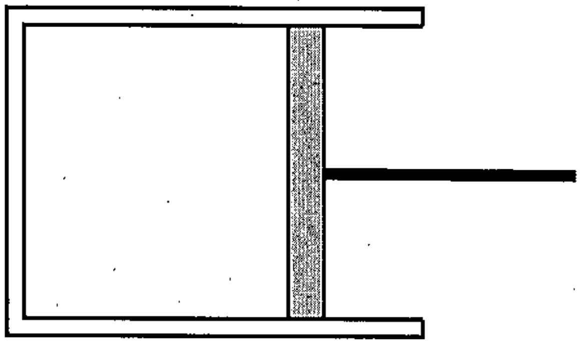

図3-4

はじめに、ピストンを固定した状態でこの気体に熱量 Q_1 を与えたところ、温度が T_1 となった。この状態を状態Bとする。

(1) この時の気体の圧力 P_1 を V_0, T_0, T_1, R の中から必要なものを用いて表せ。

(2) 気体に与えた熱量 Q_1 を V_0, T_0, T_1, R の中から必要なものを用いて表せ。

次に、状態Aに戻してから、ピストンの固定を外した。その後、気体に熱量 Q_2 を与えたところ、温度が T_1 となった。この状態を状態Cとする。

(3) この時の気体の体積 V_2 を V_0, T_0, T_1, R の中から必要なものを用いて表せ。

(4) この時、気体が外部にした仕事 W_2 を V_0, T_0, T_1, R の中から必要なものを用いて表せ。

(5) 気体に与えた熱量 Q_2 を V_0, T_0, T_1, R の中から必要なものを用いて表せ。

次に、状態Aに戻してから、状態A→状態B→状態C→状態Aの順で状態を変化させた。状態Bから状態Cは等温変化とし、その時に気体が外部にした仕事を W_3 とする。

(6) この過程全体の圧力と体積の変化を縦軸を圧力、横軸を体積としたグラフに示せ。

(7) この過程全体で気体が吸収した熱量 Q を V_0, T_0, T_1, R, W_3 の中から必要なものを用いて表せ。

— 計算用余白ページ —

3C

外気温より高い温度を持つ液体Aが容器に入っている。液体からの単位時間あたりの熱の放出量は外気温との差に比例し、液体の種類によらないことが経験的に知られている。時刻$t=0$で液体を放置したところ、液体の温度は時間とともに下がっていった(自然冷却)。この過程において液体の比熱は一定であり、外気温も一定であるとして、以下の問いに答えよ。

(1) 一定時間経過したのちの単位時間あたりの熱の放出量は、$t=0$直後に比べてどうなるか。以下の中から正しいものを選べ。また、その理由を答えよ。

(い) 大きくなる　　(ろ) 小さくなる　　(は) 変わらない

(2) 縦軸を単位時間あたりの熱の放出量、横軸を時間としたときのグラフの概形を示せ。

(3) 縦軸を液体が放出した熱の総量、横軸を時間とした時のグラフの概形を示せ。

(4) この液体より比熱が小さい液体を液体Bとする。液体Aと液体Bを同じ温度から自然に冷却させていった時、縦軸を温度、横軸を時間とした時のグラフの概形を両者の違いが分かるように示せ。ただし、容器や液体の体積は同じであるとする。

— 計算用余白ページ —