

平成19年度物理学学科AO選抜課題探求試験問題

物理学（100点） 平成19年2月3日（土） 9:00 - 11:30

注意事項

1. 指示があるまでは、問題冊子ならびに解答冊子を開かないこと。また、鉛筆を持たないこと。
2. 問題冊子1部、解答冊子1部、計算用紙2枚が配布されていることを確認すること。
3. 「はじめ」の指示があったら、まず解答用紙が6枚あることを確認し、すべての解答用紙に受験番号を記入すること。その後に、問題解答を始めること。
4. 解答は問題ごとに所定の解答用紙、解答欄に記入すること。
5. 「おわり」の指示があったら、直ちに鉛筆を置くこと。
6. 試験終了後、解答冊子は回収するが、問題冊子と計算用紙は持ち帰ってよい。

問題 1. (35 点)

1A. 図 1-1 のように、2つの斜面にはさまれた水平面上に、質量 m [kg] の物体 A が静止している。右側の斜面の長さは h [m] であり、傾斜角は θ [rad] である。2つの斜面と水平面はなめらかにつながっており、摩擦がない。左側の斜面の水平面からの高さが h のところから、質量 m の物体 B を静かにはなし、物体 A に衝突させる。重力加速度の大きさを g [m/s²]、物体 A、B の大きさや空気の抵抗は無視できるとして、以下の問いに答えよ。

- (1) 衝突直前の物体 B の速さ V_0 [m/s] を求めよ。
- (2) 衝突直後の物体 A の速度 V_A [m/s] と物体 B の速度 V_B [m/s] を、 h 、 e 、 g を用いて表せ。ただし、速度は右向きを正とし、物体 A と B の間の反発係数(はねかえり係数)を e とする。
- (3) 物体 A が右側の斜面から飛び出すためには、 e と θ はどのような条件を満たさなければならないか、答えよ。
- (4) $e=1$ とする。図 1-2 のように、物体 A が右側の斜面から飛び出したとする。飛び出した後の物体 A の軌跡として最も適当なものを、図の曲線①～③のうちから選べ。また、選んだ理由を簡潔に書け。

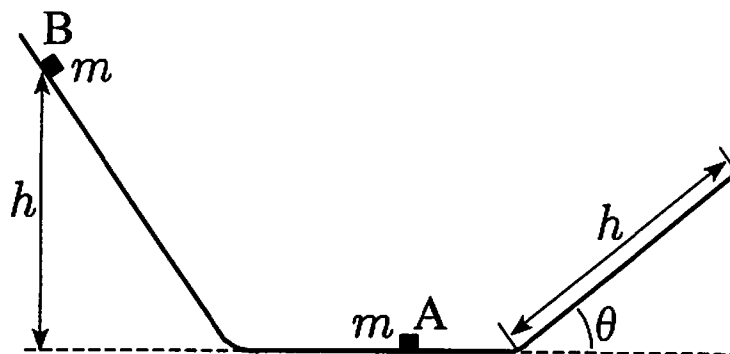


図 1-1

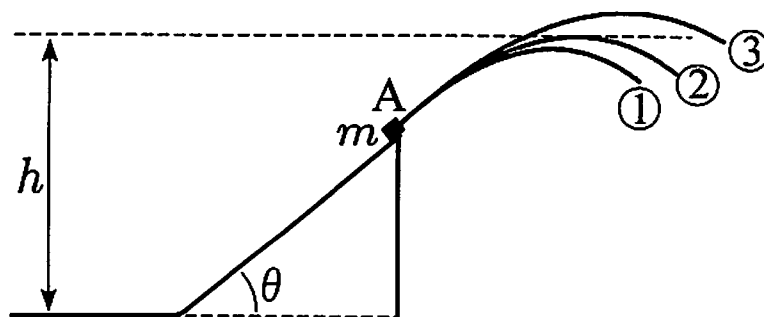


図 1-2

1B. 図 1-3 のように、質量 m [kg] の人工衛星が、質量 M [kg] の地球のまわりを半径 r [m] の円軌道をかいて運動している。地球を半径 R [m] の球と考え、万有引力定数を G [Nm^2/kg^2] とし、以下の問いに答えよ。ただし、人工衛星が地球から受ける万有引力は、地球のすべての質量が地球の中心（重心）に集まったときの万有引力に等しいものとせよ。また、 m は M と比べて十分小さいとする。

- (1) 人工衛星の加速度の大きさ a [m/s^2] と速さ V [m/s] を、 M 、 r 、 G を用いて表せ。
- (2) 人工衛星の力学的エネルギー（運動エネルギーと万有引力による位置エネルギーの和） E [J] を、 m 、 M 、 r 、 R 、 G を用いて表せ。ただし、位置エネルギーの原点は地表にとるものとする。
- (3) 円軌道上に、 3.5×10^9 J の E を持った人工衛星がある。この衛星の円軌道の半径は地球の半径の何倍か、有効数字 2 桁で答えよ。ただし、

$$\frac{GMm}{R} = 4.8 \times 10^9 \text{ J}$$

とする。

- (4) (3) の人工衛星が大気の抵抗力のため 4.0 % の力学的エネルギーを失って別の円軌道に移ったとする。このとき、衛星の円軌道の半径は地球の半径の何倍か、有効数字 2 桁で答えよ。
- (5) 人工衛星が力学的エネルギーを失うと、衛星の速さは増加するか減少するか、答えよ。また、その理由を簡潔に書け。

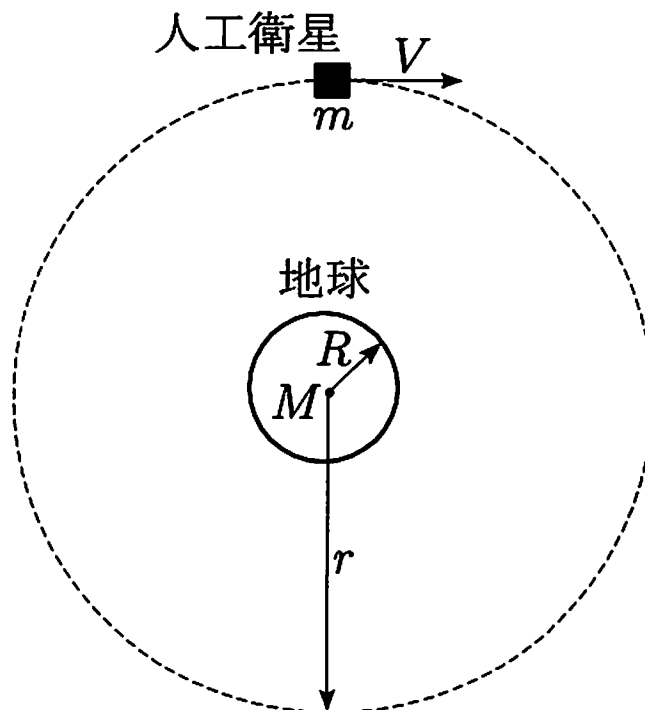


図 1-3

問題2. (35点)

2A. 図2-1のような、電気容量 C_1 [F] および C_2 [F] の平行板コンデンサー C_1 と C_2 、抵抗値 R [Ω] の抵抗、スイッチ S からなる回路がある。スイッチ S が開いた状態で、 C_1 に電気量 Q_1 [C]、 C_2 に電気量 Q_2 [C] を与え ($Q_1, Q_2 > 0$)、その後スイッチ S を閉じた場合を考える。

- (1) スイッチ S を閉じて十分に時間が経過した後では、 C_1 の極板間の電位差と C_2 の極板間の電位差は等しくなる。その電位差を V' [V] ($V' > 0$) とすると、 V' は $\frac{Q_1 + Q_2}{C_1 + C_2}$ である事を説明せよ。
- (2) 電気量について考える。スイッチ S を閉じて十分に時間が経過した後の、 C_1 の電気量の大きさを Q'_1 [C]、 C_2 の電気量の大きさを Q'_2 [C] とする。 Q'_1 および Q'_2 を、 C_1 、 C_2 、 Q_1 、 Q_2 を用いて表せ。
- (3) 静電エネルギーについて考える。スイッチ S を閉じる前に回路にたくわえられた静電エネルギーを U [J]、スイッチ S を閉じて十分に時間が経過した後の静電エネルギーを U' [J] とする。 U および U' を、 C_1 、 C_2 、 Q_1 、 Q_2 を用いて表せ。
- (4) (3)において、スイッチ S を閉じたことによる回路の静電エネルギーの変化を $\Delta U = U' - U$ [J] とすると、 $\Delta U \leq 0$ である。 $\Delta U < 0$ のとき、静電エネルギーは、どの部分からどのような形のエネルギーとして失われたか述べよ。
- (5) (4)において、 $\Delta U = 0$ となるときの Q_2 を、 C_1 、 C_2 、 Q_1 を用いて表せ。
- (6) スイッチ S を閉じたあと、平行板コンデンサーの極板間の電位差がどのように変化するかを、 $Q_1 > Q_2$ かつ $C_2 = 2C_1$ の場合について考える。スイッチ S を閉じた時刻 t [s] を 0 とし、 C_1 および C_2 の極板間の電位差の時間変化の様子を測定したところ、それぞれ図2-2の①から⑤のいずれかであった。ただし、図2-2中の V' は(1)で求めた値であり、 ΔV [V] はある正の値である。 C_1 および C_2 の極板間の電位差の時間変化の様子として最も適当なものを、それぞれ①から⑤の中から選び番号で答えよ。

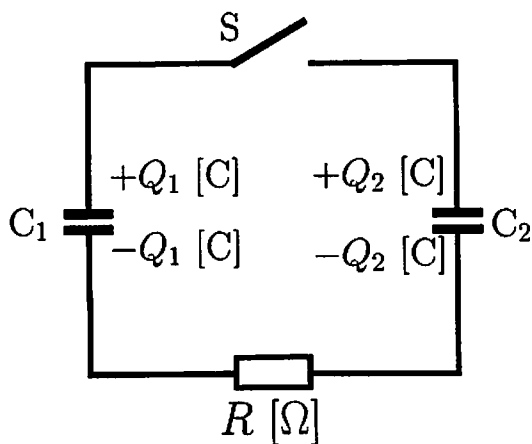


図2-1

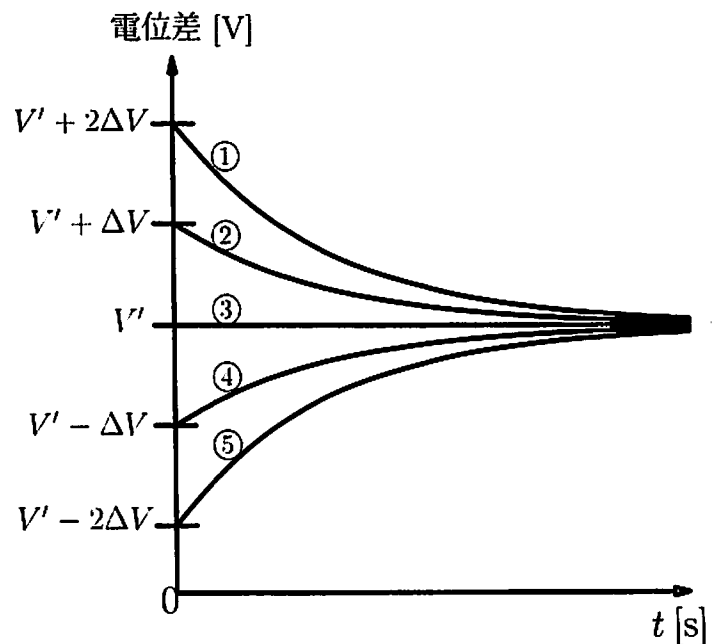


図2-2

2B. 交流電圧 $v = V \sin \omega t$ [V] を発生する、内部抵抗 R_0 [Ω] の電源がある。ただし、 V [V] ($V > 0$) は交流電圧の瞬間値の最大値、 ω [rad/s] は角周波数、 t [s] は時刻である。この電源を用いて図 2-3 のように、抵抗 R [Ω] に電力を供給する。以下の問いに答えよ。なお、必要ならば、 $x \geq 0$ で定義された関数

$$\frac{x}{(1+x)^2}$$

が、 $x = 1$ で最大値 $\frac{1}{4}$ をとることを用いよ。

- (1) 時刻 t において抵抗 R を流れる電流(瞬間値) $I(t)$ [A] を、 V 、 ω 、 t 、 R 、 R_0 を用いて答えよ。
- (2) 抵抗 R で消費される電力 P [W] を、 V 、 R 、 R_0 を用いて答えよ。ただし、電力は、交流の 1 周期にわたり平均したもの(時間平均)を考えることとする。
- (3) 抵抗 R の値のみを変化させたとき、(2) で求めた電力 P を最大にする R の値を、 R_0 を用いて答えよ。
- (4) (3) のときの P の値を、 V および R_0 を用いて答えよ。
- (5) (3) のとき、内部抵抗 R_0 で消費される電力 P_0 [W] を、 V および R_0 を用いて答えよ。ただし、電力は、交流の 1 周期にわたり平均したもの(時間平均)を考えることとする。

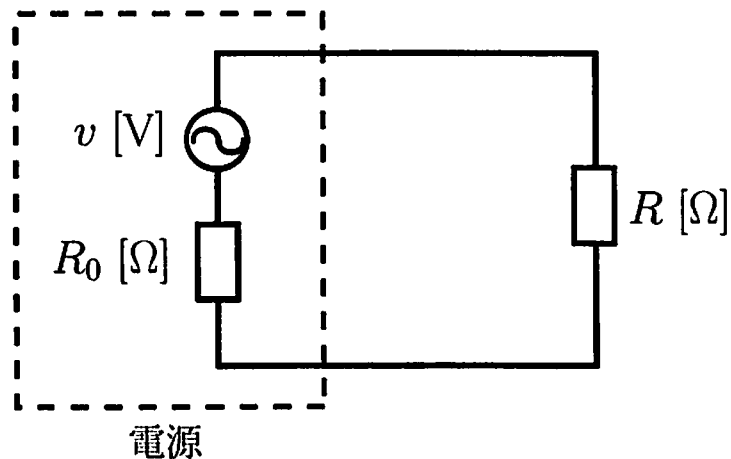


図 2-3

問題 3. (30 点)

3A. 図 3-1 のように、弦の一端 A を振動数 f [Hz] のおんさに固定する。さらに、弦をなめらかな滑車にかけ、他端をおもりで引っ張る。点 A と滑車の間にはこま（支持片）があり、弦の任意の一点 B を固定することができる。おんさを振動させながら、こまを点 A から滑車の方向に向かって移動させると、AB 間の距離が x [m] のとき、はじめて弦が AB 間で共振した。以下の問いに答えよ。ただし、おんさは図の上下方向に振動し、その振幅は弦の腹の位置での振幅に比べて無視できるものとする。

- (1) 弦が共振している時、その振動を腹と節がわかるように解答用紙に図示せよ。
- (2) 弦が共振している時、弦を伝わる横波の波長 λ [m] を、 x を用いて表せ。
- (3) 弦が共振している時、弦を伝わる横波の速さ v [m/s] を、 x と f を用いて表せ。

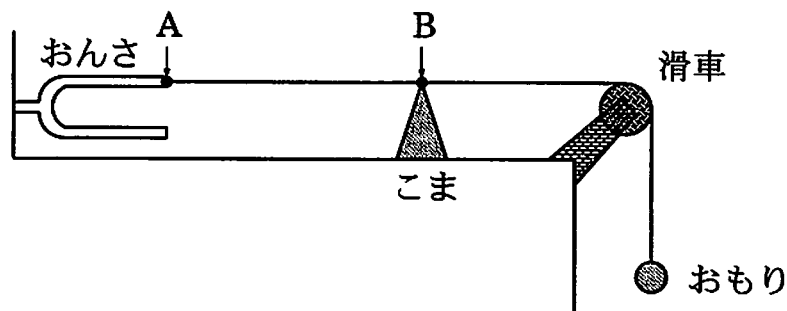


図 3-1

3B. なめらかに動くピストンを備えた容器に、1 mol の単原子分子の理想気体が入っている場合を考える。気体は外部から熱を吸収したり、外部へ熱を放出することができる。圧力 p_0 [Pa]、体積 V_0 [m³] の状態 A から出発し、気体の状態を図 3-2 のように限りなくゆっくりと 1 サイクル (A → B → C → D → A) 変化させた。このとき、以下の問いに答えよ。なお、気体定数を R [J/mol·K]、定積モル比熱を $C_V = \frac{3}{2}R$ [J/mol·K]、定圧モル比熱を $C_p = C_V + R$ [J/mol·K] とする。

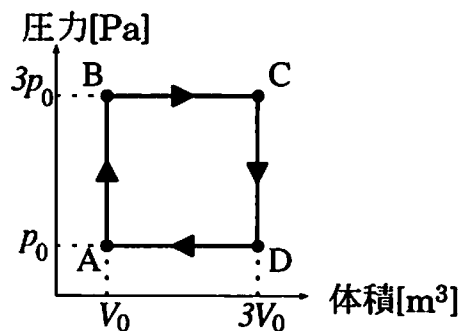


図3-2

- (1) 過程 A → B で気体が外部にした仕事は 0 J である。その理由を記せ。
- (2) 1 サイクルで気体が外部に対してした全仕事量 W [J] を、 p_0 と V_0 を使って表せ。
- (3) 状態 A での温度 T_A [K] を、 p_0 、 V_0 、 R を使って表せ。
- (4) 過程 A → B で気体が外部から吸収した熱量 Q_1 [J] を、 p_0 と V_0 を使って表せ。なお、この問いに関しては、導出過程も書くこと。
- (5) 過程 B → C で気体が外部から吸収した熱量 Q_2 [J] を、 p_0 と V_0 を使って表せ。なお、この問いに関しては、導出過程も書くこと。
- (6) 1 サイクルで外部から吸収した熱量の総和 $Q = Q_1 + Q_2$ [J] と、外部に対してした全仕事量 W [J] の比を熱効率 e と呼び、次の式で表す。

$$e = \frac{W}{Q}$$

図 3-2 のサイクル (A → B → C → D → A) の熱効率 e を求めよ。