平成20年度物理学科AO選抜課題探求試験問題

物理学（100点）　平成20年2月2日　（土）　9:00 - 11:30

注意事項

1．指示があるまでは、問題冊子ならびに解答冊子を開かないこと。
　また、鉛筆を持たないこと。

2．問題冊子１部、解答冊子１部が配布されていることを確認すること。

3．「はじめ」の指示があったら、まず問題冊子に白紙１枚と問題用紙が３枚、解答冊子に解答用紙が６枚あることを確認し、すべての解答用紙に受験番号と名前を記入すること。その後に問題解答を始めること。

4．解答は問題ごとに所定の解答用紙に記入すること。解答に際しては最終的な答えだけでなく、その答えに至る道筋も丁寧に記述すること。

5．「おわり」の指示があったら、直ちに鉛筆を置くこと。

6．試験終了後、解答冊子は回収するが、問題冊子は持ち帰ってよい。

問題 1.(35 点)

1A.

地面から高さ h の木の上に一匹の猿がいて、その猿から鉛直下向きに下ろした垂線と地面の交点 A から距離 l の位置 O に、石を投げて猿を仕留めることを狙っている猟師がいる。図 1-1 のように、猿と猟師を含む鉛直面内に、猟師の位置 O を原点として、地面に平行に x 軸、鉛直上向きに y 軸を取った座標系で考える。以下の問いに答えよ。ただし、猿や猟師、また、猟師の投げる石は質点とし、空気抵抗は無視できて、猿や石には重力のみがはたらくものとする。なお、重力加速度の大きさは g とせよ。

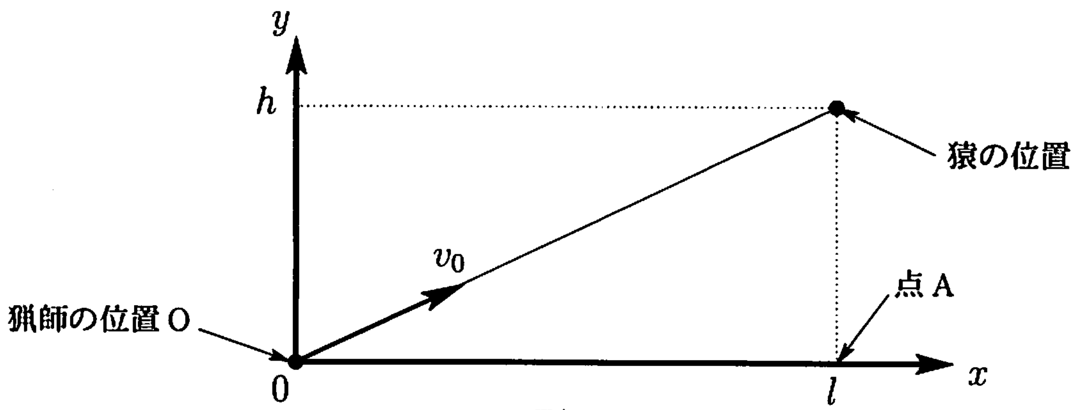

図 1-1

(1) 図 1-1 に示されているように、猟師が木の上にいる猿を目がけて初速度 v_0 で石を投げた。猟師の投げた石の初速度の x 成分、y 成分をそれぞれ求めよ。

(2) 問い (1) のように猟師が石を投げた時、石の位置の x 座標および y 座標はどのように時間変化するか答えよ。ただし、図 1-1 の座標系を用い、猟師が石を投げた瞬間の時刻を $t = 0$ とする。次に、石が地面に落ちる地点の x 座標を求めよ。また、地面に落ちるまでの石の軌跡の概形を図にして示せ (最高点の位置を計算する必要はない)。

(3) 問い (1) のように猟師が石を投げた時、その瞬間に猿は驚いて木から真下に初速度ゼロで落ちた。この場合、猟師が投げる石の初速度 v_0 がある条件を満たすと、初速度の値によらず必ず石は猿に当たる。その v_0 の満たす条件を求めるとともに、確かに石が猿に当たることを示せ。

1B.

図1-2のように、半径Rの半円の円弧ABCをもつ高さ$2R$の物体が、水平で滑らかな床の上に静止している。右側から小球が速さv_0で床を運動してきて、点Aで滑らかにこの物体に乗り移り、物体は床から離れずに左方向へ動き出した。以下の問いに答えよ。ただし、小球の大きさは無視でき、物体と小球の質量をそれぞれMとmとする。また、物体と小球との間も滑らかであり、それらの運動は紙面内に限られるものとする。なお、単に速度といった場合は、静止した床に対する速度であり、大きさと向きの両方を考える必要があることに注意せよ。また、重力加速度の大きさはgとせよ。

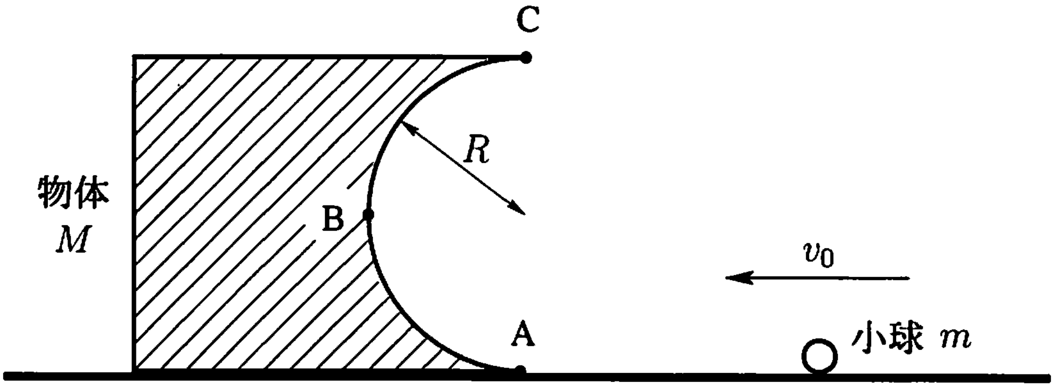

図1-2

(1) 小球が物体の円弧部分を運動し点Bまで来た。この瞬間の物体の速度を求めよ。ただし、点Bは円弧ABCの中点であり、弧ABの長さと弧BCの長さは等しい。

(2) 初速度の大きさv_0が十分大きいと、小球は円弧ABCに沿って運動し点Cまで到達する。点Cに到達した瞬間の小球の速度、及び、その時の小球の物体に対する相対速度を求めよ。

(3) 小球が円弧部分の面から離れることなく点Cまで来るために、v_0が満たすべき条件を求めよ。

問題2. (35 点)

2A.

図2-1のように間隔 l の平行な境界面1と境界面2に挟まれた領域に、磁界と電界がそれぞれ一様にかけられている。磁束密度の大きさを B、電界の強さを E とする。磁界と電界の向きは共に境界面1に平行である。また、磁界の向きは紙面に垂直で裏から表に向いており、電界は紙面に平行で太い矢印で示された向きを向いている。質量 m、電荷 $q>0$ の粒子が初速 v で、境界面1上の点Oから領域内部に向かい境界面1に対して垂直に進入した。磁界も電界もなければ粒子は領域内を直進し境界面2上の点Aに達する。重力の影響は無視することができる。以下の各問いにおいて、答えの数式は l, m, q, v, B, E の中から必要なものだけを用いて表すこと。

まず、$B=0, E>0$ の場合を考える。粒子が境界面2に達したときの位置を点Cとする。

(1) 領域通過中の粒子の加速度の大きさ a を求めよ。

(2) 粒子は時刻 $t=0$ に点Oを通過し、時刻 $t=T$ に点Cに達した。T を求めよ。

(3) 点Aから点Cへの距離 c を求めよ。

次に $B>0, E=0$ の場合を考える。ただし磁界は十分弱く、粒子の経路は直線OAからわずかにずれ、粒子が境界面2に達したときの位置を点Dとする。

(4) 点Dにおける粒子の速さ v' を求めよ。

(5) 図2-1のように点Dにおける粒子の進行方向は点Oにおける進行方向 $\overrightarrow{\mathrm{OA}}$ に対して角度 θ [rad] だけ偏向した。θ を求めよ。ただし粒子の経路ODの長さを l と近似せよ。

(6) 点Aから点Dへの距離 d を求めよ。ただし導出過程において $|\theta| \ll 1$ として、$\cos\theta \fallingdotseq 1-\theta^2/2$ と近似せよ。

次に $B>0, E>0$ の場合を考える。

(7) 粒子が直進するように B と E を調節した。このとき B と E の関係式を書け。

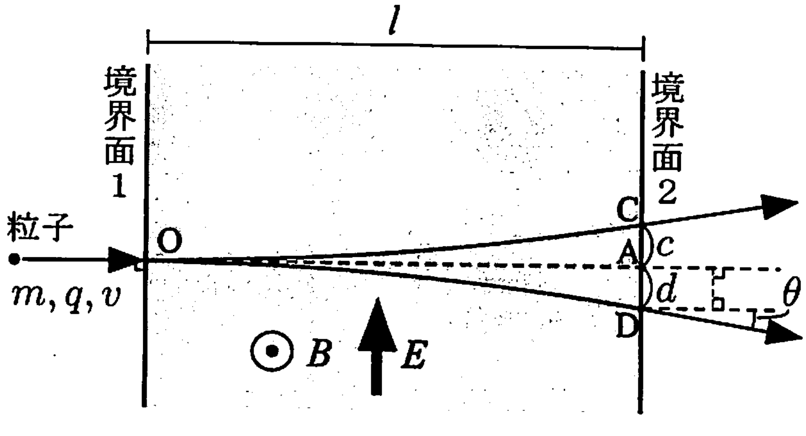

図2-1

2B.

図 2-2 のような回路が真空中にある。コンデンサー 1 は 2 枚の平行な極板からなり、一方の極板は固定されているがもう一方の極板は可動になっており、極板間隔を変化させることができる。コンデンサー 2 も 2 枚の平行な極板からなるが、極板間隔は固定されている。最初スイッチは開いており、コンデンサー 1 の極板間隔は d にしてあり、コンデンサー 1 の極板間電位差は V、コンデンサー 2 の極板間電位差は 0 であった。このときの、コンデンサー 1 の電気容量は C_1、コンデンサー 2 の電気容量は C_2 であった。問い (1)-(5) の解答の数式は d, C_1, C_2, V の中から必要なものだけを用いて表すこと。問い (6) の記述解答では数式を用いなくてもよい。

(1) 最初の状態でコンデンサー 1 が蓄えているエネルギー U を求めよ。

(2) 次にコンデンサー 1 の可動極板を一定の力 F でゆっくりと引っ張り、極板間隔を d から $2d$ まで変化させた。この変化の後、コンデンサー 1 が蓄えているエネルギー U' を求めよ。

(3) 問い (2) のときの力 F の大きさを求めよ。ただし重力は無視すること。

(4) 次にスイッチを閉じ、極板間隔が $2d$ のコンデンサー 1 とコンデンサー 2 を接続した。じゅうぶん時間が経過した後のコンデンサー 2 の極板間電位差 V_2 を求めよ。

(5) 次にスイッチは閉じたままでコンデンサー 1 の極板間隔を再び d にゆっくりと戻した。この後のコンデンサー 1 の極板間電位差 V' を求めよ。

(6) 最後に再びスイッチを開き、比誘電率が 1 より大きい誘電体板をコンデンサー 2 の極板間にゆっくりと挿入した。以下の 2 点について理由をつけて説明せよ。(i) 誘電体板の挿入によりコンデンサー 2 が蓄えているエネルギーは増加するのか、あるいは減少するのか。(ii) 誘電体板を挿入するために外から力を加えて押し込まなければならないのか、あるいは外から力を加えなくても自然に引き込まれていくのか。

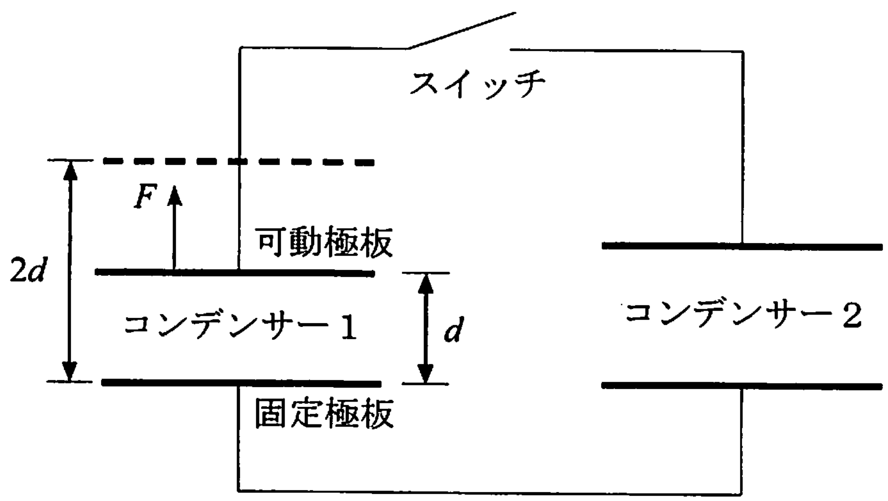

図 2-2

問題3. (30点)

3A.

図3-1のように、波長λの単色光を2つのスリット S_1、S_2をもつ二重スリットに垂直に当てると、S_1、S_2を通って回折した光は互いに干渉しあって、スクリーン上に明暗のしま模様 (干渉じま) をつくった。S_1、S_2から等距離にあるスクリーン上の点をO、点Oからxだけ離れたスクリーン上の点をPとし、二重スリットとスクリーンとの距離をL、S_1とS_2の間隔をd、S_1とPの距離をR_1、S_2とPの距離をR_2として、$R_1 \geqq R_2$とする。ただし、x、dはLに比べて十分小さく、実験装置全体は空気中にあり、空気の屈折率を1とする。なお、単に屈折率と言った場合は、真空に対する屈折率を意味する。また、$m=0, 1, 2, \cdots$とする。

(1) S_1、S_2を通った光が干渉により強めあい、点Pに明線をつくる場合を考える。

(1-1) S_1、S_2を通った光が点Pに明線をつくるときの$R_1 - R_2$をλ、mを用いて表せ。

(1-2) x、dはLに比べて十分小さい。このとき、$R_1 - R_2$をL、d、xを用いて表せ。ただし、$|z| \ll 1$のとき

$$\sqrt{1+z} \fallingdotseq 1 + \frac{1}{2}z$$

となることを用いてもよい。

(1-3) 点Pに明線があらわれるときのxをL、λ、d、mを用いて表せ。

(1-4) 隣りあう明線の間隔ΔxをL、λ、dを用いて表せ。

(2) 図3-2のように、屈折率n、厚さaの透明な薄い膜FでS_1だけをおおうと、干渉じまは少しだけ変化した。ただし、$n>1$とし、(2-1)、(2-2)で答える数式はL、λ、a、d、n、mの中から必要なものだけを用いて表せ。

(2-1) 光がFの中を距離a進んだときの光路長をl、空気中を距離a進んだときの光路長をl_0とする。$l - l_0$を求めよ。ただし、光が進んだ距離と屈折率の積を光路長という。

(2-2) S_1をFでおおったときの明線の位置x'を求めよ。

(2-3) S_1をFでおおったときの明線の間隔を$\Delta x'$とする。$\Delta x'$とΔxの大小関係を理由とともに述べよ。

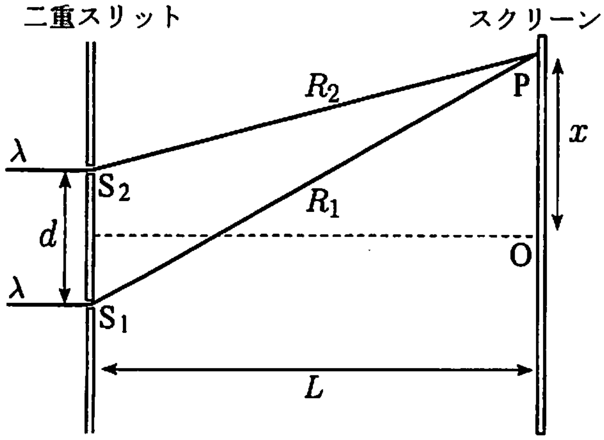

図3-1

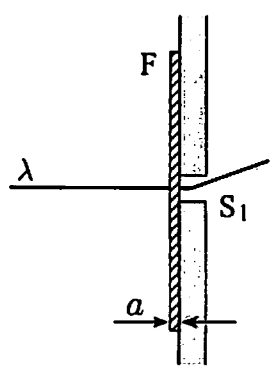

図3-2

3B.

図3-3のように、質量Mのピストンを内部にもつシリンダーが大気中に置かれている。外部から一定の大気圧P_0がはたらいているピストンは、断面積Sのシリンダー内をなめらかに動く。ピストンで仕切られたシリンダーの内部には、単原子分子の理想気体が閉じこめられており、シリンダーの下部にとりつけられたヒーターに電流を流すことにより、気体に熱を与えることができる。シリンダーとピストンは断熱材でつくられており、気体はヒーターによる以外は外部と熱のやりとりをすることはなく、ヒーターの熱容量と体積は無視できる。重力は鉛直下向きにはたらき、重力加速度の大きさをg、気体定数をRとして、温度は絶対温度を用いる。ただし、答えの数式はP_0、T_0、S、M、g、R、L_0、L_1、L_2の中から必要なものだけを用いて表せ。

(1) 図3-3に示された最初のつり合いの状態を状態Aとする。この状態において、シリンダーの底からピストンまでの距離はL_0で、理想気体の温度はT_0であった。シリンダーに閉じ込められている理想気体のモル数nを求めよ。

(2) 次に、状態Aから出発して、ヒーターに電流を流して、理想気体にゆっくりと熱を加えると、シリンダーの底からピストンまでの距離はL_1となった。これを状態Bとする。

(2-1) 状態Bにおける理想気体の温度T_1を求めよ。

(2-2) 状態Aから状態Bに到達するまでの理想気体の内部エネルギーの増加量ΔUを求めよ。

(2-3) 状態Aから状態Bに到達するまでに理想気体が得た熱量ΔQを求めよ。

(3) 再び、状態Aに戻す。図3-4のように、この状態において、質量が無視できる糸の一端をピストンの中央に固定し、その糸をなめらかに動く滑車K_1、K_2にかける。さらに、糸の他端に質量$2M$のおもりを静かにつり下げ、ピストンを真上に引っぱり、つり合いの状態にすると、シリンダーの底からピストンまでの距離はL_2となった。このときの理想気体の温度T_2を求めよ。

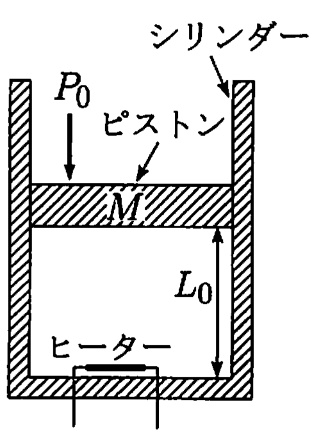

図3-3

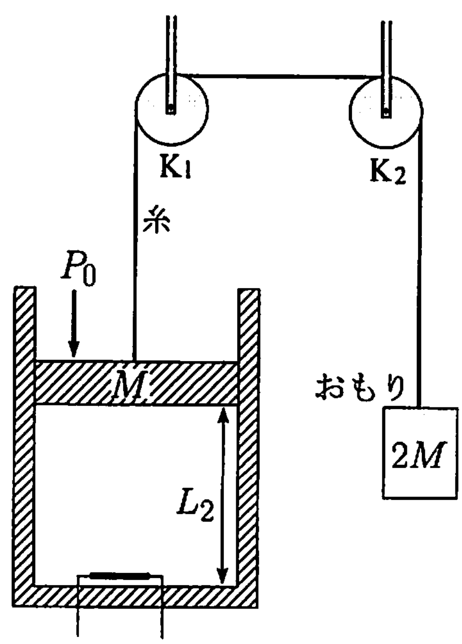

図3-4