平成 22 年度物理学科 AO 選抜課題探求試験問題

物理学（100 点）　平成 22 年 1 月 23 日（土）　9：00 － 11：30

注意事項

1．　指示があるまでは，問題冊子ならびに解答冊子を開かないこと．また，鉛筆を持たないこと．
2．　問題冊子 1 部，解答冊子 1 部が配布されていることを確認すること．
3．　「はじめ」の指示があったら，まず解答用紙が 7 枚あることを確認し，すべての解答用紙に受験番号と氏名を記入すること．その後に，問題解答を始めること．
4．　解答は，問題ごとに所定の解答用紙，解答欄に記入すること．
5．　「おわり」の指示があったら，直ちに鉛筆を置くこと．
6．　試験終了後，解答冊子は回収するが，問題冊子は持ち帰って良い．

問題 1.（35 点）

1A.

図 1-1 に示すように，水平面 OA 上にある質量がmの小物体の運動を考える。水平面 OA は，A 点の位置で斜面 AB と滑らかにつながっており，水平面 OA と斜面 AB のなす角はθである。さらに，斜面 AB の B 点は，水平面 BC とつながっている。ただし，小物体は十分小さいため，大きさを考える必要はない。重力加速度の大きさをgとする。また，空気の抵抗は無視できるものとする。

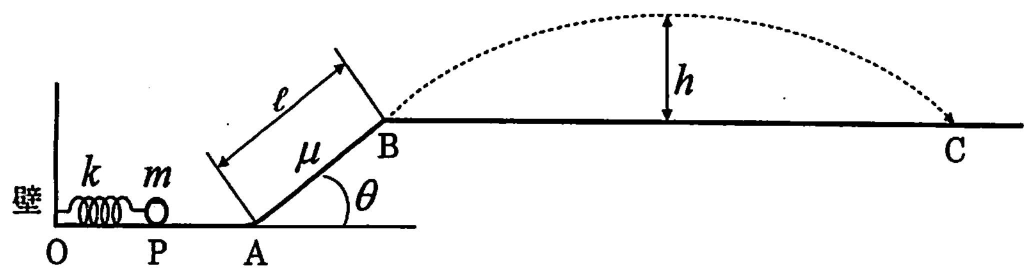

図 1-1

I． バネ定数がkで質量の無視できるバネがあり，一方の端が壁に固定されている。バネが自然長のとき，もう一方の端は P 点の位置にある。小物体を P 点の位置でバネに接触させ，バネを自然長から長さxだけ縮めたのちに静かに手を離して，小物体を水平右向きに発射させた。以下の問に答えよ。ただし，水平面 OA は摩擦がなく滑らかな面であるとする。

(1) 小物体が P 点を通過するときの速さv_0を求めよ。

II． 次に，小物体が A 点に到達した後の運動を考える。斜面 AB は動摩擦係数がμの摩擦のある面とする。AB 間の距離を ℓ として以下の問に答えよ。ただし，小物体が A 点に到達した直後の速度は，斜面 AB に沿った A から B への向きで大きさがv_0であるとする。解答にはv_0を用いてもよい。

(2) 小物体が B 点に到達するためには，v_0はある値以上でなければならない。その値を求めよ。

III． v_0は上記(2)で求めた値より大きいものとする。小物体が B 点に到達した後，放物運動をして水平面上の C 点の位置に落下した。以下の問に答えよ。ただし，小物体が B 点を通過するときの斜面 AB に沿った方向の速度の大きさがv_1であるとする。解答にはv_1を用いてもよい。

(3) 小物体が到達する最高点の水平面 BC からの高さhを求めよ。

(4) BC 間の距離を求めよ。

1B.

図 1-2 に示すような形をした台が水平な床に固定してある。台の AB 間は，半径rで中心角$\pi/2$の円弧の形をした曲面であり，円弧の中心は点 O である。台の BC 間は水平面である。台の C 点の位置には，質量Mの小球が糸につながれて水平面 BC からわずかに浮いた状態でぶらさがっている。糸のもう一方の端は，C 点の真上の位置で天井に固定されている。小球の重心から天井の糸の固定点までの長さは$2r$である。台の表面はなめらかであり摩擦はないものとする。質量mの小物体を台の A 点の位置に置き，静かに手を離したあとの小物体と小球の運動を考える。ただし，小物体と小球は十分小さいため，大きさを考える必要はない。また，重力加速度の大きさをgとし，空気の抵抗は無視できるものとする。

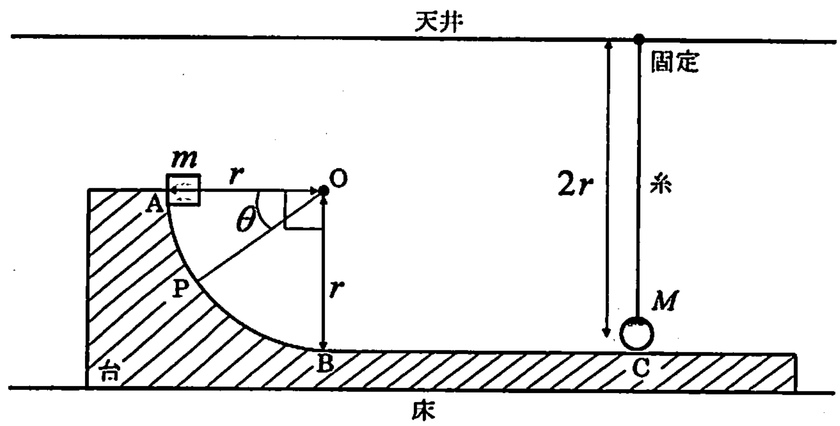

図 1-2

(1) 小物体が A 点から曲面上を移動して P 点の位置にあるときの小物体の速さを求めよ。ただし，直線 OA と直線 OP のなす角をθとする。

(2) 小物体が B 点を速度v_0で通過したのち，水平面 BC 上を移動して C 点の位置に静止している小球に衝突した。はねかえり係数（反発係数）をeとして，衝突直後の小物体の速度vと小球の速度Vを求めよ。ただし，水平右向きを正の向きとする。また，解答にはv_0を用いてよい。

(3) (2)の結果より，$m > M$のときには，eの値に関わらず衝突後の小物体は水平面 BC 上を C 点から右方向へ移動し続ける。その理由を説明せよ。

次に C 点で小物体と衝突した後の小球の運動について，以下の問に答えよ。ただし，衝突後に，小球は小物体と台のいずれにも再び衝突することはないものとする。

(4) 小球が振幅の小さな振り子運動をする場合の周期を求めよ。

(5) 衝突直後の糸にはたらいている張力の大きさを求めよ。ただし，衝突直後の小球の速度Vを用いてよい。

(6) 小球が天井に衝突しないための条件をmとMおよびeを用いて表せ。

問題2. (35 点)

2A.

図2-1のように起電力 E_0 の電源、スイッチ、電流計、抵抗値が $0 \sim R_0$ の範囲で可変な可変抵抗器、静電容量が C のコンデンサーからなる回路がある。電源と電流計の内部抵抗は無視できるほど小さいものとする。

(1) スイッチを閉じた瞬間 (時刻 0) のコンデンサーの両極板間の電位差は 0 で、可変抵抗器の抵抗値は R_0 であった。この瞬間に可変抵抗器を流れる電流 I_0 を求めよ。

その後、電流が I_0 のまま一定になるように、電流計を見ながら可変抵抗器の抵抗値を減少させ、コンデンサーの充電を行った。やがて時刻 T になると抵抗値が 0 に達してコンデンサーの充電が終了した。以下の問いにおいて、時刻 0 と T の間の任意の時刻を t とする $(0 < t < T)$。

(2) 電流計に一定電流が流れているとき、ある時間の間に電流計を通過する電荷の量は電流と時間の積に等しい。このことをふまえて、時刻 t におけるコンデンサーの両極板間の電位差を求めよ。

(3) 時刻 t における可変抵抗器の両端子間の電位差を求めよ。

(4) 時刻 t における可変抵抗器の抵抗値を求めよ。

(5) 充電が終了する時刻 T を求めよ。

(6) 時刻 t において可変抵抗器が消費する電力を $P(t)$ として関数 $P(t)$ のグラフを書け。

(7) 微小時間を Δt として、時刻 t から 時刻 $t + \Delta t$ の間に可変抵抗器で発生するジュール熱は $P(t)\Delta t$ と考えてよい。時刻 0 から T までの間に可変抵抗器で発生したジュール熱の総量を求めよ。

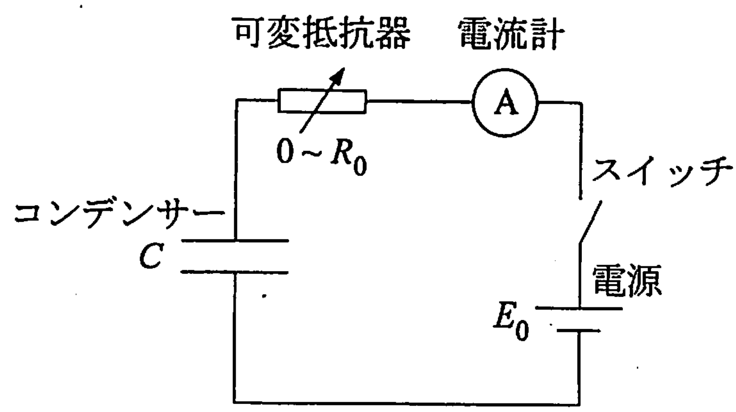

図2-1

2B.

図 2-2 のように間隔が l の 2 本の平行な金属レールが水平面に対して角度 θ だけ傾いて固定されており、その上で質量 m の金属棒を滑らせる。金属棒は常に 2 本の金属レールに接しており、金属棒とそれぞれの金属レールがなす角は常に直角であるものとする。2 本の金属レールの上端どうしは抵抗値 R の抵抗で接続されている。2 本の金属レールの間には鉛直上向きに磁束密度 B の磁界が一様にかけられている。金属レールに平行に x 軸を定義し、下端方向を x 軸の正方向とする。重力加速度の大きさを g とする。空気抵抗および棒と金属レールの間の摩擦力は無視せよ。また、金属レールと金属棒のいずれについても太さと電気抵抗を無視せよ。最初、金属棒を 2 本の金属レール上の抵抗に近い場所に手で置いてから、静かに手を離した。

(1) ある瞬間に金属棒が滑り落ちる速さを v とする。このとき、抵抗の両端に現れる起電力の大きさを求めよ。

(2) (1) のとき棒に流れる電流の大きさを求めよ。また電流は図 2-2 において棒の a 端と b 端の間をどちら向きに流れるか答えよ。

(3) (1) のとき棒に流れる電流が磁界からうける力の x 成分を求めよ (符号も考慮すること)。

(4) 手を離してからしばらくすると、棒は一定の速さ v_0 に達した。なぜ一定の速さに達したのか理由を述べよ。また、この v_0 を B, R, l, m, g, θ で表せ。

(5) 棒が速さ v_0 で滑り落ちているとき、時間 Δt の間に抵抗で発生するジュール熱を求めよ (答えの数式に v_0 を用いてもよい)。

(6) 棒が速さ v_0 で滑り落ちているとき、時間 Δt の間に棒の位置エネルギーがいくら減少するか求めよ (答えの数式に v_0 を用いてもよい)。

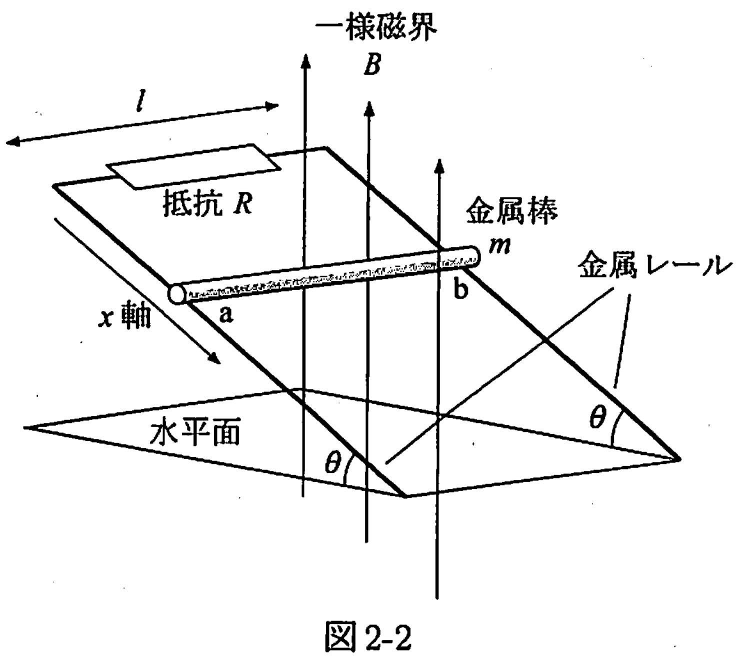

図 2-2

問題 3. (30 点)

3A.

容器に入った n mol の理想気体の状態を図 3-1 のように限りなくゆっくり 1 サイクル (状態 A→ 状態 B→ 状態 C→ 状態 D→ 状態 A) 変化させ、熱から仕事を取り出す熱機関をつくった。ただし、状態 A→ 状態 B、状態 C→ 状態 D は、温度を一定に保った等温変化、状態 B→ 状態 C、状態 D→ 状態 A は、熱の出入りのない断熱変化である。

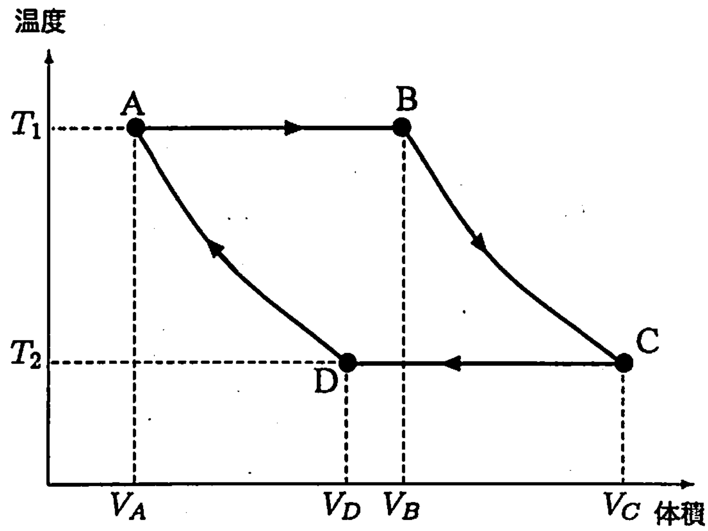

図 3-1

(1) 状態 A→ 状態 B で、気体が外にした仕事を求めよ。ただし、n mol の理想気体を、温度 T を保ったまま圧力 P から P' に変化させたときに気体が外にする仕事 W_{out} は、R を気体定数とすると、

$$W_{\text{out}} = nRT \log \frac{P}{P'} \tag{i}$$

で表されることを使ってもよい。ここで、log は自然対数を表す。

(2) 状態 A→ 状態 B で、気体が得た熱量を求めよ。

(3) このサイクル全体で、気体が得た熱量はいくらか答えよ。(i) 式を使ってもよい。

(4) このサイクル全体に熱力学の第 1 法則を適用して、サイクル全体で気体が外にする仕事の総和を求めよ。

(5) 状態 A→ 状態 B で気体が得た熱量 Q と、サイクル全体で気体が外にする仕事の総和 W の比

$$\frac{W}{Q} \tag{ii}$$

を効率と呼ぶ。この場合の効率を T_1 と T_2 で表せ。ただし、

$$\frac{V_B}{V_A} = \frac{V_C}{V_D} \tag{iii}$$

となることを使ってもよい。

3B.

理想気体を温度 T、体積 V の状態 0 から断熱変化で温度 T'、体積 $V'(< V)$ の状態 1 に圧縮する場合と、等温変化で温度 T、体積 V' の状態 2 に圧縮する場合を考える。

(1) 熱力学の第 1 法則を使って、状態 0 と状態 1 の内部エネルギーの大小を比較せよ。理由も書け。

(2) T と T' のどちらが大きいか答えよ。理由も書け。

(3) 状態 1 と状態 2 の圧力はどちらが大きいか答えよ。理由も書け。

3C.

図 3-2 のように、波長 λ の単色光の波面 PQ が、真空中にある厚み d の薄膜に、角度 θ で入射する。その後、ACD を通って E へ向かう光と、BD を通って E へ向かう光は、互いに干渉する。なお、単に屈折率といった場合は真空に対する屈折率を意味する。

(1) 薄膜の屈折率を $n(n>1)$、薄膜の表面の屈折角を θ' としたとき、$\sin\theta'$ を求めよ。

(2) 光が薄膜の中を ACD を通って進む時、光路長 l を n と d と θ' で表せ。ただし、光路長とは光が進んだ距離と屈折率との積をいう。

(3) 光が BD を通って進むときの光路長 l' を n と d と θ' で表せ。

(4) 光路差 $l-l'$ を n、d、$\cos\theta'$ で表せ。

(5) 干渉した結果、光がもっとも強め合う場合の $l-l'$ を λ と m で表せ。ただし、$m=0,1,2,\cdots$ とする。また、屈折率 n_1 の媒質から入った光が、屈折率 n_2 の媒質の表面で反射するとき、$n_1>n_2$ の時は反射光の位相は入射光の位相と π [rad] ずれ、逆位相になり、$n_1<n_2$ の時は位相はずれないことを使え。

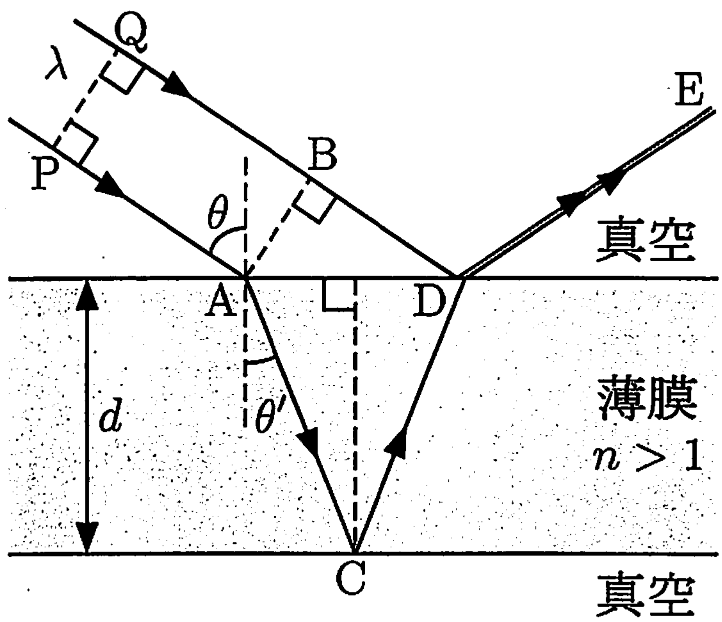

図 3-2