九州大学理学部物理学科(物理学コース)

平成２１年度　第３年次編入学試験

物理学

平成２０年７月５日(土)　9:00-12:00

注意事項

（１）試験開始の合図があるまでこの冊子を開かないこと。

（２）問題冊子は表紙を含め５枚で、問題は[I]から[III]まである。

（３）解答用紙には、それぞれ受験番号と氏名を記入すること。

（４）解答は解答用紙の指定された箇所に記入すること。下書きには問題用紙の余白や裏面などを利用し、解答用紙の余白には下書きをしないこと。

（５）問題冊子は持ち帰ること。

［I］(80点)

図(a)のように、長さ L、質量 M の一様な細い棒がある。以下、摩擦や空気の抵抗はないものとして次の各問に答えよ。ただし、重力の加速度を g とする。

(1) 図(a)のように、重心Gを通り棒に垂直な軸の周りに棒を回転させたときの慣性モーメント I_G が $I_G=\frac{1}{12}ML^2$ であることを導出せよ。

図(b)のように、この棒を一端Qに水平軸を通して吊り下げ、鉛直面内で振動する剛体振り子を作った。鉛直線QOと棒のなす角を ϕ $(-\pi<\phi<\pi)$ とする。

(2) この剛体振り子の水平軸のまわりの慣性モーメント I_Q が $I_Q=\frac{1}{3}ML^2$ であることを導出せよ。

(3) この剛体振り子にはたらく重力による力のモーメントの大きさはいくらか。

(4) 図(b)の状態 $(\phi>0)$ での重力による力のモーメントの向きを答えよ。

(5) この剛体振り子の ϕ に関する運動方程式を書け。ただし、時間を t とする。

(6) 時刻 $t=0$ で $\phi=\phi_0$ (ただし $\phi_0>0$) の位置からそっと手を離し、棒を振動させた。振れの角度は、$\sin\phi$ を ϕ と近似できる程度に小さいとする。そのとき、(5)の運動方程式の解が定数 A, B, C を用いて $\phi=A\sin(Bt+C)$ (ただし $B>0$) と表される。A, B, C を ϕ_0, M, g, L の中から必要なものを用いて書け。

次に、時刻 $t=0$ で $\phi=\phi_1$ の位置からそっと手を離し、棒を振動させた。このとき ϕ_1 は $\frac{\pi}{2}<\phi_1<\pi$ であり、$\sin\phi_1$ を ϕ_1 と近似できない。

(7) 力学的エネルギー保存の法則を用いて、$\phi=0$ のときの棒のもつ運動エネルギーを ϕ_1 の関数として求めよ。

(8) $\phi=0$ のときの一端Pの速さを求めよ。

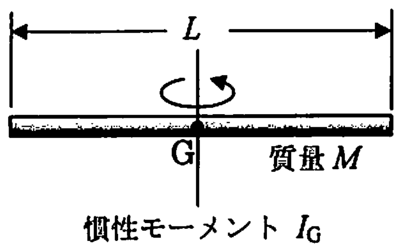


図 (a)

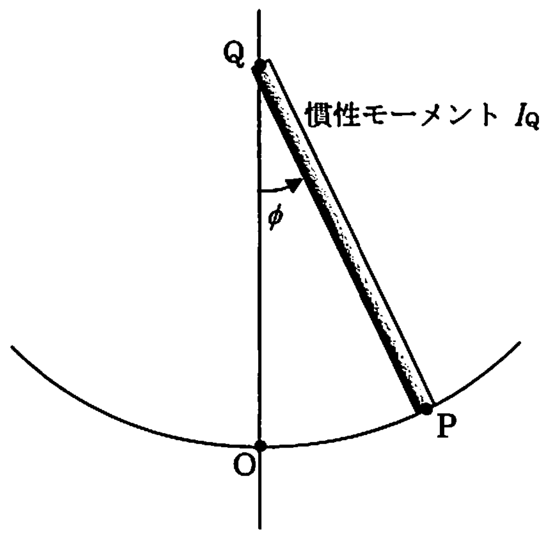
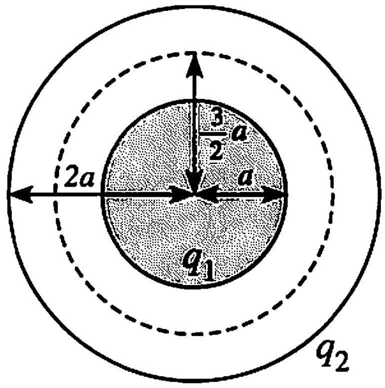


図 (b)

[II] (80 点)
以下の問題で、断りのないかぎり導体の周囲の空間は真空であるとし、真空の誘電率と透磁率をそれぞれ ε_0, μ_0 とする。

[II − 1] 図のように中心が共通の半径 a の導体球と半径 $2a$ の導体球殻がある。導体球殻の厚さは十分小さく 0 としてよい。中心からの距離 r における電場の大きさを $E(r)$, 電位を $V(r)$ と書けるとする。ただし、$r=\infty$ で $V=0$ とする。最初、導体球は電荷 q_1 を、導体球殻は電荷 $q_2(\neq 0)$ を蓄えていた。



(1) $q_1=0$ のとき、$a<r<2a$ における $E(r)$ を求めよ。

これ以降 $q_1\neq 0$ とする。

(2) $2a<r$, $a<r<2a$, $0<r<a$ の場合に分けて $E(r)$ および $V(r)$ を求めよ。

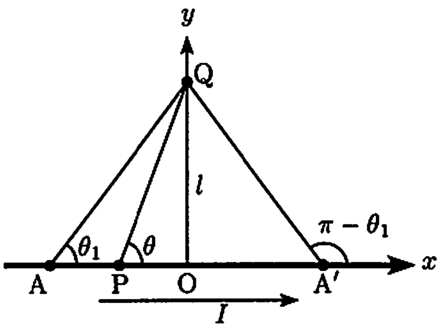
次に、導体球殻を接地して導体球殻の電位を 0 にした。

(3) このとき導体球殻が蓄えている電荷と導体球表面の電位を求めよ。

(4) 導体球と導体球殻の間の静電容量を求めよ。

(5) 次に、導体球と接地された導体球殻の間の $a<r<\frac{3}{2}a$ の空間を誘電率 ε_1 の誘電体で、$\frac{3}{2}a<r<2a$ の空間を誘電率 ε_2 の誘電体でそれぞれうめた。このときの導体球表面の電位を求めよ。

[II − 2]　図のように、x 軸上にある無限長の細い導線に電流 I が流れている。y 軸上の座標 $y = l$ に点 Q がある。ここで、点 O はこの座標系の原点である。



(1) 点 Q における磁束密度の大きさ B と向きを求めよ。

x 軸上の点 P (座標 x) にある微小電流要素 $I\,dx$ が点 Q に作る磁束密度 $d\boldsymbol{B}$ はビオ・サバールの法則により

$$d\boldsymbol{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\boldsymbol{x} \times \boldsymbol{r}}{r^3}$$

と表される。ただし、$d\boldsymbol{x}$ は微小な長さ dx をもった x 軸の正の向きのベクトルを表し、$\boldsymbol{r}$ はベクトル $\overrightarrow{\mathrm{PQ}}$ を表し、$r = |\boldsymbol{r}|$ とする。

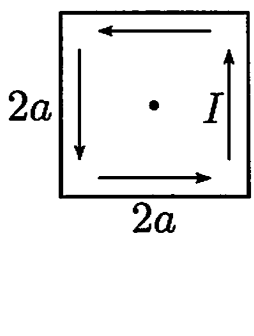
(2) $d\boldsymbol{B}$ の大きさ dB を dx, x, l, I, μ_0 で表せ。

点 Q を固定し、点 P の位置を x 軸上で変化させるとき、ベクトル $\overrightarrow{\mathrm{PQ}}$ と x 軸のなす角を θ とする。

(3) 微小量 dx と $d\theta$ の間の関係式を書け。

(4) x 軸上の点 A と点 A′ に対してそれぞれ $\theta = \theta_1$ と $\theta = \pi - \theta_1$ が対応するとき、点 A から点 A′ までの電流片が点 Q に作る磁束密度の大きさ B' を求めよ。

(5) 下図のような、細い導線でできた一辺が $2a$ の正方形の閉回路に電流 I が流れている。正方形の中心における磁束密度の大きさ B_0 と向きを求めよ。



[III] (８０点)

[III－1]

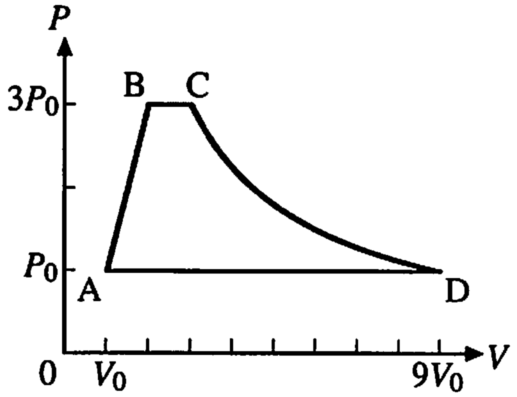
図のように、A → B → C → D → A ⋯ と準静的にサイクルが繰り返される熱機関を考える。作業気体は単原子分子理想気体 1 モルとし、気体定数を R, 温度を T, 圧力を P, 体積を V, エントロピーを S とする。

状態 A： $V = V_0$, $P = P_0$

状態 B： $V = 2V_0$, $P = 3P_0$

状態 C： $V = 3V_0$, $P = 3P_0$

状態 D： $V = 9V_0$, $P = P_0$



各過程で圧力と体積の関係は、次のように表される。

過程 A → B： $P = \frac{2P_0}{V_0}V - P_0$

過程 B → C： $P = 3P_0$

過程 C → D： $P = \frac{9V_0P_0}{V}$

過程 D → A： $P = P_0$

(1-1) 過程 A → B での温度 T を V の関数として表しなさい。

(1-2) 過程 A → B において、この熱機関が外部に行う仕事を求めなさい。

(1-3) 過程 C → D において、この熱機関が外部に行う仕事を求めなさい。

(1-4) 過程 A → B において、作業気体に加えられる熱量を求めなさい。

(1-5) 過程 C → D において、作業気体に加えられる熱量を求めなさい。

(1-6) 過程 B → C における、作業気体のエントロピー増加量 ΔS_{BC} を求めなさい。

(1-7) 過程 C → D における、作業気体のエントロピー増加量 ΔS_{CD} を求めなさい。

(1-8) 過程 A → B における、作業気体のエントロピー増加量 ΔS_{AB} を求めなさい。

[III－2]

粒子数一定の系を考える。内部エネルギーを U, エントロピーを S, 温度を T, 体積を V, 圧力を P とする。

(2-1) $G = U - TS + PV$ とする。$\mathrm{d}G = X\mathrm{d}T + Y\mathrm{d}P$ と表すとき、X と Y を S, T, V, P のみを使って表しなさい。

(2-2) $f_1 = \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P$, $f_2 = \left(\frac{\partial S}{\partial P}\right)_T$ とする。(f_1/f_2) の値を求めなさい。