九州大学理学部物理学科（物理学コース）

平成３０年度 第３年次編入試験

物理学

平成２９年7月1日（土） ９：００–１２：００

注意事項

(1) 試験開始の合図があるまでこの冊子を開かないこと。

(2) 問題冊子は表紙を含めて７枚で，問題は [I] から [IV] まである。

(3) 解答用紙には，受験番号と氏名を記入すること。

(4) 解答は指定された解答用紙に記入すること。特に指定のない場合には，裏面を使って解答してもよい。下書きには，問題用紙の余白や裏面などを利用し，解答用紙の余白には下書きをしないこと。

(5) 解答用紙に書ききれない場合や，用紙を取り替えたい場合は，試験監督に申し出ること。

(6) 問題冊子は持ち帰ってよい。

[I] (80 点)

[I-1] 質量 m，位置ベクトル $\vec{r}$ の質点に関する以下の問いに答えよ。

(1) 質点に中心力 $\vec{f} = k\dfrac{\vec{r}}{|\vec{r}|}$ がはたらくとき，質点の原点に関する角運動量 $\vec{l}$ が保存することを運動方程式を用いて証明せよ。ただし，k は定数である。

(2) (1) のとき，質点は平面内で運動することを証明せよ。

(3) 質点が位置エネルギー $V(\vec{r})$ のもとで運動するとき，力学的エネルギー

$$E = \frac{1}{2}m\left(\frac{d\vec{r}}{dt}\right)^2 + V(\vec{r})$$

が保存することを運動方程式を用いて証明せよ。

[I-2] 図 1-1 に示すように，内面が滑らかな細い管を，水平面内で一端 O のまわりに一定の角速度 ω で回転する。管の内部には，質量 m の大きさの無視できる小球が軸から距離 r_0 の位置に留め具で固定されている。時刻 $t = 0$ に留め具を外して管内に沿って自由に動けるようにした。以下の問いに答えよ。ただし，小球の空気抵抗および管との摩擦の影響は無視する。

(1) 時刻 $t \geq 0$ での，小球と軸との距離 $r(t)$ を求めよ。

(2) 時刻 $t \geq 0$ での，管が小球に及ぼす水平方向の力の大きさ $N(t)$ を求めよ。

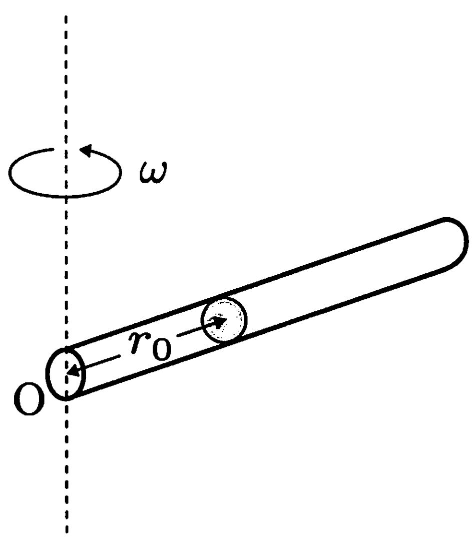

図 1-1

[I-3] 図 1-2 に示すように，質量 m，長さ $2a$ の細長い一様な棒の両端が，2 本の長さ l の鉛直な質量の無視できる糸で吊られている。図のように水平方向に x 軸，垂直方向に y 軸をとり，棒の重心の座標を (X, Y) とおく。糸および棒の運動は鉛直面内に限られ，糸はたるまないものとする。以下の問いに答えよ。ただし，重力加速度の大きさを g とし，空気抵抗の影響は無視する。

(1) 棒の重心を通り，棒に対して垂直な軸の周りの慣性モーメント I を求めよ。

(2) 時刻 $t = 0$ に一方の糸を切った。図 1-3 に示すように，その後の棒の水平軸および垂直軸からの傾きをそれぞれ θ および ϕ とする。角度 θ および ϕ は時計回りを正とする。棒の重心 X および Y を，l, a, θ, ϕ を用いて表せ。

(3) (2) において，糸の張力の大きさを T として，棒の重心 X および Y が満たす運動方程式を記せ。

(4) (2) において，棒の傾き θ が満たす運動方程式を記せ。解答には I および T を用いても良い。

(5) 糸を切った後の，$\theta \ll 1$ かつ $\phi \ll 1$ の場合を考える。θ および ϕ の 1 次の項まで近似して運動方程式を解く事により，θ および ϕ を l, a, g, t を用いて表せ。

(6) 糸を切った直後の，糸の張力の大きさ T を求めよ。

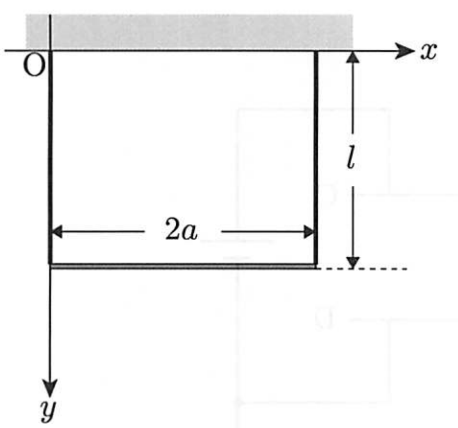

図 1-2

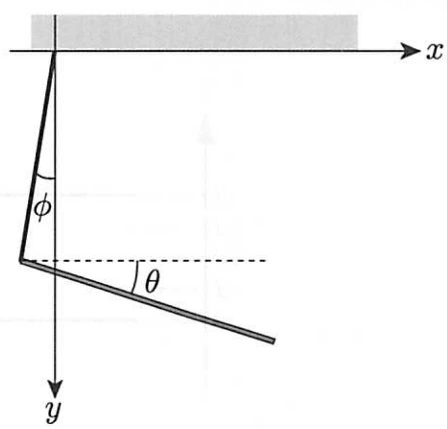

図 1-3

[II] (80 点)

半径 a の厚さが無視できる均質な金属でできた円盤状の 2 枚の極板 C，D で構成される，平行平板コンデンサーを考える。図 2-1 に示すように，極板に垂直な方向を z 軸とし，極板 C，D 間の距離を $4d$，極板 D の位置を $z=0$ とする。ここで，$a \gg d$ であり端の効果は無視でき，z が一定の場所での極板間の電場は一様と見なせるとする。また，破線 EF は極板の中心軸を表す。以下の問いに答えよ。ただし，真空の誘電率と透磁率をそれぞれ ϵ_0 と μ_0 とする。

[II-1] 図 2-1 に示すように極板 C，D 間に電池をつないだところ，極板 C は電荷 Q_0 $(Q_0 > 0)$，極板 D は電荷 $-Q_0$ で帯電した。

(1) ガウスの法則を用いて極板 D の作る電場の大きさと向きを求め，電場の z 成分 E_z を $-4d \leq z \leq 8d$ の範囲で図示せよ。

(2) クーロン力の重ね合わせの原理を説明せよ。

(3) 極板 C，D が作る電場の大きさと向きを求め，電場の z 成分 E_z を $-4d \leq z \leq 8d$ の範囲で図示せよ。また，そのような電場になる理由を重ね合わせの原理を使って説明せよ。

(4) 電位 Φ を求め，$-4d \leq z \leq 8d$ の範囲で図示せよ。また，$z=-4d$，0，$4d$，$8d$ における電位の値を図中に示せ。

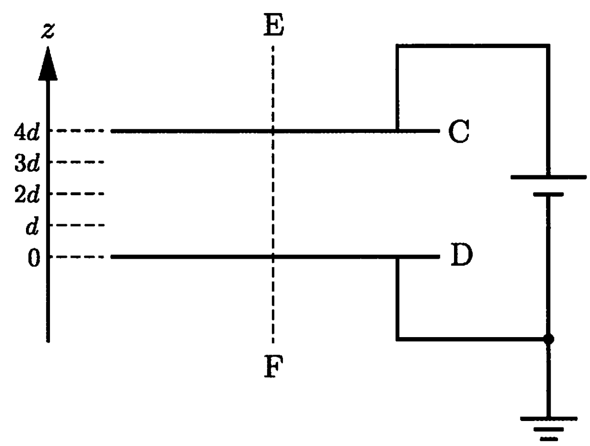

図 2-1

[II-2] 次に，図 2-1 の配線から電池を静かに切り離した。この時，極板 C，D 上の電荷には変化がなく，それぞれ Q_0 と $-Q_0$ のままであった。さらに，図 2-2 に示すように，極板 C，D 間に半径 a，厚さ $2d$ の円板状の導体を，極板 C，D に平行で導体の中心軸が C，D の中心軸とそろうようにコンデンサー内部に挿入した。

(5) ガウスの法則を用いて極板 D の作る電場の大きさと向きを求め，電場の z 成分 E_z を $-4d \leq z \leq 8d$ の範囲で図示せよ。

(6) 導体の下面 H に電荷が存在するか否か，理由とともに述べよ。また，電荷が存在する場合にはその総電荷量を求めよ。

(7) 極板 C，D と導体が作る電場の大きさと向きを求め，電場の z 成分 E_z を $-4d \leq z \leq 8d$ の範囲で図示せよ。

(8) 電位 Φ を求め，$-4d \leq z \leq 8d$ の範囲で図示せよ。また，$z = -4d$，0，$4d$，$8d$ における電位の値を図中に示せ。

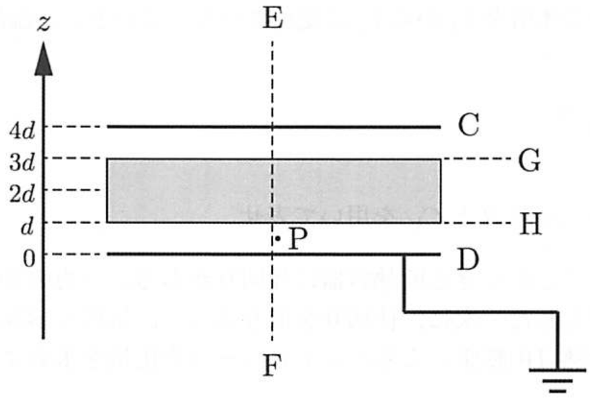

図 2-2

[II-3] 最後に，極板 C，D を抵抗 R_0 の電線でつないだところ，極板 C の電荷は時間 t とともに $\exp(-t/\tau)$ のように減衰した。ここで，τ は正の定数である。

(9) この時，図 2-2 の導体には電荷の流れができるか否か，その理由とともに述べよ。

(10) 定数 τ を a，d，R_0，R_1 を用いて表せ。ここで，R_1 は導体の z 方向の抵抗である。また，導体内部の変位電流と電磁誘導は無視する。

この放電過程において，$0 < z < d$ および $3d < z < 4d$ の領域の電場は，空間的に一様だが時間変化する。

(11) 変位電流密度の大きさと向きを求めよ。大きさは，a，d，Q_0，t，τ などを用いて表せ。

(12) 図 2-2 中の点 P($z \sim d/2$，中心軸 EF からの距離 r_0) での磁束密度の向きと大きさをアンペールの法則を使って求め，a，d，Q_0，t，τ，r_0 などを用いて表せ。なお，外部回路のつくる磁場は無視する。また，$0 \leq r_0 \ll d$ として端の影響は無視できるものとする。必要に応じて，コンデンサーの中心軸 EF を $r = 0$ とする円筒座標を用いよ。

[III]（40 点）

1 モルの理想気体に対して以下の問いに答えよ。ただし，気体定数を R，定積モル比熱を C_V とする。

(1) 温度が T から $T+\mathrm{d}T$ に，体積が V から $V+\mathrm{d}V$ に微小変化する準静的過程を考え，このときのエントロピーの変化を $\mathrm{d}S$ とする。熱力学第一法則から

$$\mathrm{d}S = C_V \frac{\mathrm{d}T}{T} + R\frac{\mathrm{d}V}{V}$$

を導け。

(2) 準静的な等積過程で温度が T_1 から T_2 に変化したとする。このときのエントロピーの変化量を求めよ。

(3) 準静的な等温過程で体積が V_1 から V_2 に変化したとする。このときのエントロピーの変化量を求めよ。

(4) 準静的な断熱過程で体積を V_1 から V_2 に変化させた。このとき，温度が T_1 から T_2 に変化したとすると

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{-\alpha}$$

の関係が成り立つ。α を R と C_V を用いて表せ。

(5) 気体を閉じ込めることができる断熱容器に仕切りがある。一方の領域 (体積：V_1) に気体を入れ，他方は真空とした。次に，仕切りを取り去って，気体を容器内全体 (体積：V_2) に膨張させた。この断熱自由膨張によるエントロピーの変化量を求めよ。

[IV]（40 点）

1 次元の波動を考え，位置 x での時刻 t における変位 $u(x,t)$ が 1) 式を満たすものとする。

$$\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} \qquad \cdots 1)$$

ここに v は正の定数である。以下の問いに答えよ。

(1) $u(x,t)$ は 2 階微分可能な任意の 1 変数関数 f と g を使って 2) 式のように表される。

$$u(x,t) = f(x - vt) + g(x + vt) \qquad \cdots 2)$$

このとき，2) 式が 1) 式を満たすことを示せ。

(2) 前問の $f(x - vt)$ および $g(x + vt)$ はどのような波動であるか簡潔に説明せよ。

(3) 2) 式の $u(x,t)$ に対して，初期条件を 3) 式のように与える。

$$u(x,0) = u_0(x), \quad \left.\frac{\partial u(x,t)}{\partial t}\right|_{t=0} = v_0(x) \qquad \cdots 3)$$

初期条件から $f(x)$ と $g(x)$ を u_0 と v_0 で表し，$u(x,t)$ が 4) 式のように表されることを示せ。

$$u(x,t) = \frac{u_0(x - vt) + u_0(x + vt)}{2} + \frac{1}{2v}\int_{x-vt}^{x+vt} v_0(x')dx' \qquad \cdots 4)$$

(4) $x = 0$ が固定端のとき，任意の t に対して関係式 $u(0,t) = 0$ が成り立つ。$x = 0$ が自由端のとき，任意の t に対してどのような関係式が成り立つか記せ。

(5) $x = 0$ が固定端のとき，$u(0,t) = 0$ より，f と g は変数を s として，$g(s) = -f(-s)$ の関係を満たす。$x = 0$ が自由端のとき，f と g が満たす関係を示せ。