

九州大学理学部物理学科（物理学コース）

令和5年度 第3年次編入試験

物理学

令和4年9月10日（土） 9：00-12：00

注意事項

- (1) 試験開始の合図があるまでこの冊子を開かないこと。
- (2) 問題冊子は表紙を含めて8ページで、問題は [I] から [IV] までである。
- (3) 全ての解答用紙に、受験番号を記入すること。
- (4) 解答は指定された解答用紙に記入すること。特に指定のない場合には、裏面を使って解答してもよい。下書きには、問題冊子の余白や裏面などを利用し、解答用紙の余白には下書きをしないこと。
- (5) 解答用紙に書ききれない場合や、用紙を取り替えたい場合は、試験監督に申し出ること。
- (6) 問題冊子は持ち帰ってよい。

[I] (80 点)

[I-1] 図 1-1 のように x - y 平面上で原点 O を中心に一定の角速度の大きさ ω で回転する直線状のレールがある。レールの回転の向きは、紙面より手前側から見て反時計まわりである。レール上には、レールに沿ってのみ滑らかに移動可能な質量 m の質点がある。質点と原点の間は、質量の無視できるばね (自然長 l , ばね定数 k) で結ばれている。レールは十分に長く、質点がレールの端に達することはないとする。重力の影響は無視する。 x, y, z 軸正方向の単位ベクトルをそれぞれ e_x, e_y, e_z とする ($e_z = e_x \times e_y$)。任意の時刻における質点の位置ベクトルを r とし、 r と同じ向きの単位ベクトルを $e_{x'}$ とする (原点から質点までの距離を r とすると、 $r = r e_{x'}$)。図 1-1 のように $e_{x'}$ と直交する単位ベクトル $e_{y'}$ を $e_{y'} = e_z \times e_{x'}$ で定義する。時刻 $t = 0$ では $e_{x'} = e_x$ とする。なお、 r の時間による 1 階および 2 階微分をそれぞれ \dot{r} および \ddot{r} と表す。

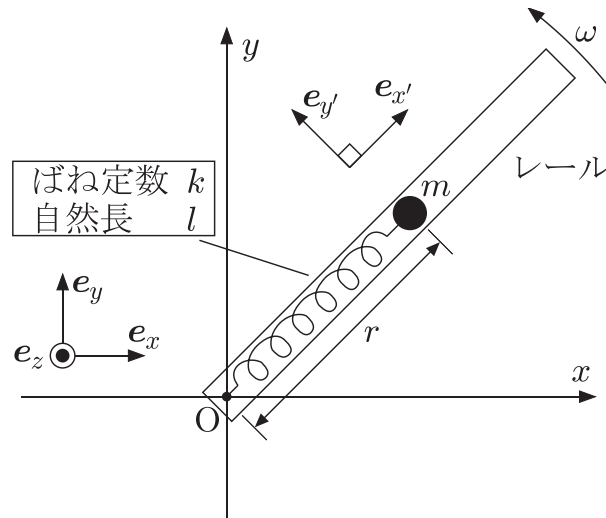


図 1-1

- (1) 時刻 t における $e_{x'}$ を e_x と e_y の線形結合の形で表せ。
- (2) ベクトル $\frac{de_{x'}}{dt}$ を $\omega, e_{x'}, e_{y'}$ のうち必要なものを用いて表せ。
- (3) x - y 座標系での時刻 t における質点の速度 v を $r, \dot{r}, \omega, e_{x'}, e_{y'}$ を用いて表せ。
- (4) x - y 座標系での時刻 t における質点の加速度 a を $r, \dot{r}, \ddot{r}, \omega, e_{x'}, e_{y'}$ を用いて表せ。
- (5) 時刻 t において質点がレールからうける力 N を求め、 $m, r, \dot{r}, \ddot{r}, \omega, e_{x'}, e_{y'}$ のうち必要なものを用いて表せ。
- (6) 質点の $e_{x'}$ 方向の運動方程式を r に関する微分方程式として表せ。
以降、 $k > m\omega^2$ とする。
- (7) 質点が円軌道を描くときの r を r_0 とする。 r_0 を求めよ。
- (8) 質点が円軌道を中心に振動しながら運動する場合を考え、変位 $u = r - r_0$ を定義する。 $t = 0$ において $u = a (> -r_0)$ および $\frac{du}{dt} = 0$ であったとする。 u を $a, k, l, m, t, \omega, r_0$ のうち必要なものを用いて表せ。

[I-2] 図 1-2 のように質量 M 、底面の半径 a の密度一様な円柱が水平な地面の上を x 軸正の方向に運動している。円柱の軸は常に地面に対し平行で、かつ x 軸に対し垂直である。円柱の重心の速度の x 成分を V とし、円柱の軸回りの回転の角速度を ω とする。ただし、 ω の符号は x 軸正の方向に進む円柱が滑らずに転がっているときの回転方向を正とする。

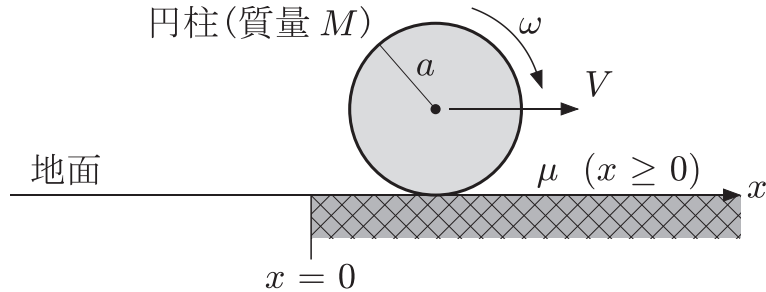


図 1-2

- (1) 円柱の軸周りの慣性モーメントが $\frac{1}{2}Ma^2$ であることを示せ。

最初、円柱は $x < 0$ の領域の摩擦のない地面の上を転がることなく x 軸正の方向に滑り、その重心は時刻 $t = 0$ に $x = 0$ に到達した。 $t = 0$ において $V = V_0 (> 0)$ 、 $\omega = 0$ であったとする。 $x \geq 0$ の地面の領域では円柱と地面の間に動摩擦係数 μ の摩擦があるとする。重力加速度の大きさを g とする。

$t = 0$ 以降しばらくの間は、円柱は地面の上を滑り、動摩擦力を受けながら進む。まず、その間について考える。

- (2) 時刻 t における V を a, g, t, μ, M, V_0 のうち必要なものを用いて表せ。
 (3) 時刻 t における ω を a, g, t, μ, M, V_0 のうち必要なものを用いて表せ。
 (4) 円柱表面の地面との接触部分の、時刻 t における速度の x 成分 v を、 V, a, ω を用いて表せ。

やがて、時刻 $t = t_0$ に $v = 0$ となった。

- (5) t_0 を a, g, μ, M, V_0 のうち必要なものを用いて表せ。
 (6) 円柱が摩擦力を受けながら滑ることにより単位時間あたりに失われる力学的エネルギーは $Mg\mu|v|$ であるとする。時刻 $t = 0$ から $t = t_0$ の間に失われた力学的エネルギー ΔU を a, g, μ, M, V_0 のうち必要なものを用いて表せ。
 (7) $t = t_0$ における重心の運動エネルギー K_G と円柱の軸周りの回転エネルギー K_R を求め、それぞれ a, g, μ, M, V_0 のうち必要なものを用いて表せ。

[II] (80 点)

真空中の誘電率を ϵ_0 , 透磁率を μ_0 として以下の問いに答えよ.

[II-1] 真空中で, 原点を中心に持つ半径 a の球殻上に一様に面密度 $\sigma_0 (> 0)$ で電荷が分布している場合を考える.

- (1) 位置 $\mathbf{r} = (x, y, z)$ における電場 $\mathbf{E}_0(\mathbf{r})$ の大きさを, 原点からの距離を r として, $r < a$ の場合と $r > a$ の場合について求めよ.
- (2) $z = 0$ における電場 $\mathbf{E}_0(\mathbf{r})$ の概形を解答用紙に黒丸 (●) で与えた起点から矢印を描くことによって x - y 平面上に図示せよ. 電場ベクトルの向きと大きさは矢印の向きと長さであらわすものとする. ただし, 大きさについてはその大小関係が分かる程度に図示すれば十分とする. また, 電場の (x, y) 成分がともにゼロである場合には, “◎” のように対象の黒丸を白丸で囲んでゼロであることを明示せよ.

次に静的なベクトル場 $\mathbf{v}(\mathbf{r}) = \left(-\frac{y}{r}, +\frac{x}{r}, 0 \right)$ を考える. ただし, $r = 0$ は除く.

- (3) $\nabla \times \mathbf{v}(\mathbf{r})$ を計算せよ.
- (4) (2) と同様に, $z = 0$ におけるベクトル場 $\mathbf{v}(\mathbf{r})$ の概形を x - y 平面上に図示せよ.
- (5) (1) で求めた電場 \mathbf{E}_0 に $\mathbf{v}(\mathbf{r})$ の定数倍を加えたベクトル場 $\mathbf{E}_1(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_0(\mathbf{r}) + c\mathbf{v}(\mathbf{r})$ もまた同じ電荷密度分布に対するガウスの法則を満たすことを示せ. ただし, c は実数の任意定数とする.
- (6) ガウスの法則の解であるベクトル場 $\mathbf{E}_0(\mathbf{r})$ には $\mathbf{v}(\mathbf{r})$ の定数倍を加えるような任意性がある. 真空中に電流や磁場がないとしたとき, $c = 0$ となることを示せ.

[II-2] 図 2-1 のように, 真空中に半径 a の導体円板を置き, その中心を通りその面に垂直な軸を Z 軸とする. 一様な磁束密度 $\mathbf{B} = B \mathbf{e}_Z$ ($B > 0$) の磁場の中で, 円板を図のように, 右ねじの進む向きを Z 軸の正方向にあわせたときの右ねじのまわる向きに一定の角速度の大きさ ω (> 0) で反時計回りに回転させる. \mathbf{e}_Z は Z 軸の正方向を向いた単位ベクトルである. 磁場は図 2-1 の破線で囲った領域のみに印加されているものとする.

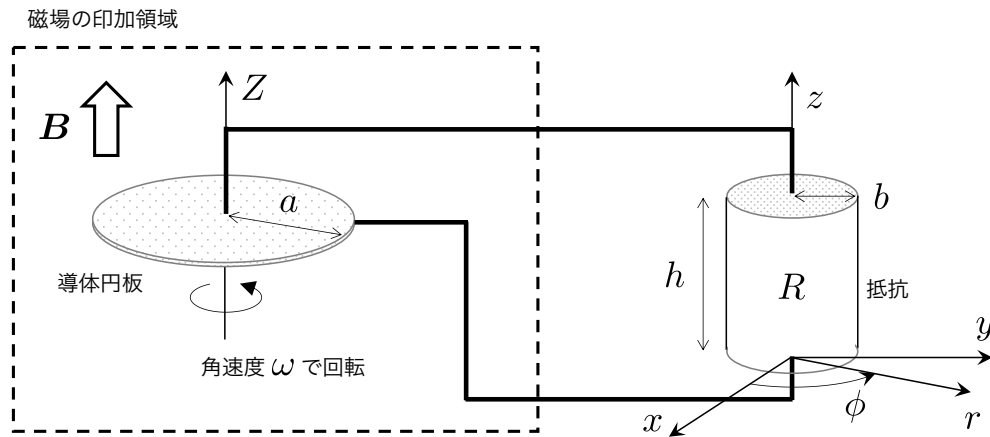


図 2-1

- (1) 円板上の中心からの距離が l の位置における誘導電場の向きと大きさを求めよ.
- (2) 円板の中心と周辺部の間に生じる電位差 (誘導起電力) $V (= V_{\text{中心}} - V_{\text{周辺}})$ を求めよ.

円板の中心と周辺部にそれぞれ導線を 1 本ずつ接触させ, 反対の端を電気抵抗が R , 半径が b , 高さが h の円柱形の抵抗に繋いで, 円板が Z 軸まわりに自由に回転できる電気閉回路を構築した. 図のように, 抵抗の中心軸を z 軸として, $(\mathbf{e}_r, \mathbf{e}_\phi, \mathbf{e}_z)$ を基底とする円筒座標をとる. $\mathbf{e}_r, \mathbf{e}_z$ はそれぞれ中心軸から離れる方向および z 軸正方向を向いた単位ベクトル, 回転方向の単位ベクトル \mathbf{e}_ϕ は各点で $\mathbf{e}_r \times \mathbf{e}_\phi = \mathbf{e}_z$ を満たすものとする. ϕ は x - y 平面内で x 軸から測った z 軸まわりの回転角である. 抵抗の底面は $z = 0$ にある. 導体円板, 導線, および導線の接触点における電気抵抗はゼロとみなせるものとする. 抵抗は磁場の印加領域の外にあり, 磁場の影響はないものとする.

- (3) 導線に流れる電流の大きさ I を求めよ.
- 以下では, 解答に電流の大きさ I を用いてよい.
- (4) 抵抗内部に生じる電場 \mathbf{E} と電流密度 \mathbf{j} を求めよ. ただし, 円柱の上面と底面ではそれぞれ電位が一定であるとし, 抵抗内部には一様な電場と電流が生じるものとせよ.
 - (5) 抵抗の内部と外部には \mathbf{e}_ϕ 方向の磁束密度 $\mathbf{B} = B_\phi \mathbf{e}_\phi$ が生じる. $0 \leq z \leq h$ における磁束密度の大きさ $B_\phi = B_\phi(r)$ を z 軸からの距離 r の関数として求め, その概形を図示せよ. 抵抗は磁化しないとして, 抵抗内の透磁率は真空中の透磁率 μ_0 と同じとせよ.
 - (6) ポインティングベクトル \mathbf{Y} は単位面積を単位時間あたりに通過する電磁場のエネルギーをあらわし, 以下で定義される.

$$\mathbf{Y} = \frac{1}{\mu_0} \mathbf{E} \times \mathbf{B}$$

円柱側面 ($r = b, 0 \leq z \leq h$) における \mathbf{Y} を計算し, その大きさと向きを答えよ.

- (7) 単位時間あたりに抵抗表面から出入りする電磁場のエネルギーの大きさを求めよ.

[III] (40点)

試料の温度を T_1 から T_2 へ上昇させるために、太郎さんは温度 T_1 の試料を、温度 T_2 の熱浴に接触させて同じ温度 T_2 まで温めた。この過程に関して、以下の問いに答えよ。ただし、試料の定圧熱容量 C は温度によらず一定とする。また、熱浴は十分に大きく、試料と接触しても熱浴の温度は変化しない。

- (1) 熱浴から試料に流れた熱量を求めよ。
- (2) 試料のエントロピー S の温度 T に関する導関数 $\frac{dS}{dT}$ を縦軸とし、 T を横軸とするグラフの概形を描け。 $T = T_1$ および T_2 における $\frac{dS}{dT}$ の値が明確になるように、グラフの軸に値を明記すること。
- (3) 熱浴のエントロピー変化を求めよ。
- (4) (2) で解答したグラフの中で、試料と熱浴を合わせた全体のエントロピー変化に相当する部分を図示せよ。斜線を用いて、(2) で解答したグラフに書き込むこと。

一方、花子さんは2つの異なる温度の熱浴を用いた。はじめに、温度 T_3 ($T_1 < T_3 < T_2$) の熱浴を試料に接触させ、試料を T_1 から T_3 に温めた。その後、熱浴を温度 T_2 の熱浴に取り替えて、試料を T_2 に温めた。温度 T_3 の熱浴も十分に大きく、試料と接触しても熱浴の温度は変化しないとする。

- (5) 試料を温めるために必要なエネルギーについて、花子さんの方法と太郎さんの方法で比較し、どちらが大きいか、または等しいか、計算手順と共に答えよ。
- (6) 試料と熱浴を合わせた全体のエントロピー変化について、花子さんの方法と太郎さんの方法で比較し、どちらが大きいか、または等しいか、計算手順と共に答えよ。
- (7) 試料の温度を T_1 から T_2 へ上昇させる方法は、2人の方法のほかにもたくさんある。試料と熱浴を合わせた全体のエントロピー変化には下限があり、その値が0である理由をクラウジウスの不等式（熱力学第2法則）：

$$\Delta S \geq \frac{\Delta Q}{T_{\text{ext}}}$$

(ΔS : 系のエントロピー変化, ΔQ : 系から外部へ流れた熱, T_{ext} : 外部の温度) を用いて述べよ。また、全体のエントロピー変化が0となる加熱方法の1例について、その具体的な手順を箇条書きに記せ。

[IV] (40 点)

図 4-1 のように、両端を $y = 0$ の位置に固定して水平方向 (x 軸方向) に弛みなく張られた長さ L の弦の微小振動について考える. 弦の質量は M で一様であり、弦内の張力の大きさ T は一定とする. 弦は y 方向にのみ変位するとし、弦の各微小部分が水平となす角 θ は非常に小さく、どの位置でも $\cos \theta \approx 1$, $\sin \theta \approx \tan \theta \approx \theta$ の近似が成り立つとする. ここで、 θ の符号は $\tan \theta = dy/dx$ となるように定める. 重力の影響は無視できるとして、以下の問いに答えよ.

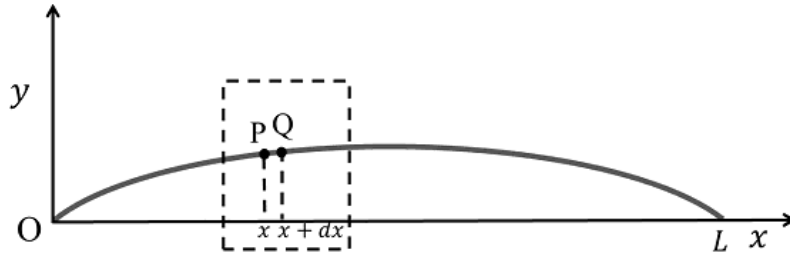


図 4-1

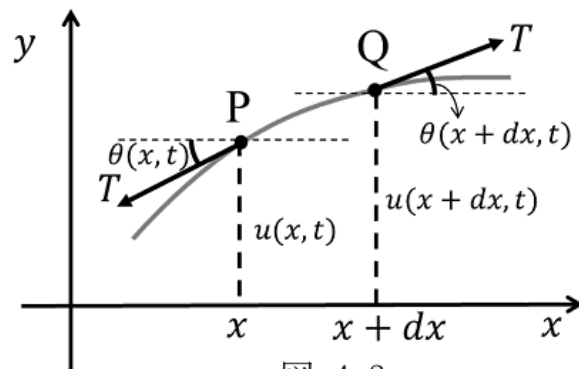


図 4-2

- (1) 図 4-2 は、図 4-1 の点線領域の拡大図である. 位置 x にある長さ dx の弦の微小部分 PQ を考える. この部分の質量は、 $(M/L)dx$ で表され、時刻 t における y 方向の変位を $u(x,t)$ とすると、同領域の y 軸方向の加速度は $\partial^2 u / \partial t^2$ と表すことができる. この関係と、同領域に作用する力は、両端に作用する 2 つの張力の差で表されることに着目して、 y 軸方向の運動方程式を導出し、変位 $u(x,t)$ は、以下の形で表される波動方程式を満たすことを示せ. また、係数 v を T, M, L を用いて表せ.

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

ここで、必要ならば、以下の関係式を利用してよい.

$$\sin \theta \approx \tan \theta = \frac{\partial u}{\partial x}, \quad f(x+dx) \approx f(x) + \frac{df}{dx} dx$$

- (2) 前問で得られた偏微分方程式において、 $\alpha = x - vt$, $\beta = x + vt$ に変数変換することで以下の方程式に変形できることを示せ.

$$\frac{\partial^2 u}{\partial \alpha \partial \beta} = 0 \tag{A}$$

- (3) 式 (A) の偏微分方程式を積分することで、 $u(x,t)$ が以下の形で表されることを導出せよ.

$$u(x,t) = h(\alpha) + g(\beta) = h(x - vt) + g(x + vt)$$

ここで、 $h(\alpha)$ は β によらない α の任意の関数、 $g(\beta)$ は α によらない β の任意の関数である.

次ページへ続く.

以降, 弦の両端が固定されているという境界条件に注意して答えよ.

(4) 関数 h, g が, 変数 s の任意の値に対して, 以下の性質を持つことを示せ.

$$g(s) = -h(-s) \quad (\text{B})$$

$$h(s) = h(s + 2L) \quad (\text{C})$$

(5) 関数 $h(x - vt)$ が, 実数の定数 U_0, k, ω を用いて

$$h(x - vt) = U_0 \sin \left(k \left(x - \frac{\omega}{k} t \right) \right)$$

で表されるとき, 関数 g が $x + vt$ の関数であること, および式 (B) の関係があることを用いて, 変位 $u(x, t)$ が両端固定の条件を持つ解となるための $g(x + vt)$ を求めよ.

(6) 式 (C) を用いて, k, ω を, T, M, L および自然数 n を用いて表せ.

九州大学理学部物理学科（物理学コース）

令和5年度 第3年次編入試験

英語

令和4年9月10日（土） 12:15-13:00

注意事項

- (1) 辞書は使用できない。
- (2) 試験開始の合図があるまでこの冊子を開かないこと。
- (3) 問題冊子は表紙を含めて3ページである。
- (4) 解答用紙には、受験番号を記入すること。
- (5) 解答は指定された解答用紙に記入すること。特に指定のない場合には、裏面を使って解答してもよい。下書きには、問題冊子の余白や裏面などを利用し、解答用紙の余白には下書きをしないこと。
- (6) 解答用紙に書ききれない場合や、用紙を取り替えたい場合は、試験監督に申し出ること。
- (7) 問題冊子は持ち帰ってよい。

[英語]

Newsweek の記事を参考にして書かれたカーリングに関する英文を読み、以下の問いに答えよ。

[Redacted text block containing multiple lines of blacked-out content]

①

『私も似たような理論を思いついたことがあったが、それらは同様の理由で失敗におわった』②

[Redacted text block containing multiple lines of blacked-out content]

③

(出典：Jannissa Delzo, Newsweek, 2018)

rundown : 概要, Astrophysicist : 天文学物理学者, pebbled ice : 氷の粒,
catch onto : ～に引っかかる, buy into : ～に賛成する,
hold true : ～が成り立つ, indentation : 削り痕

- (1) カーリングの名称は、どういう理由で誕生したと記載されているかを日本語で述べよ。
- (2) 下線①の部分を和訳せよ。
- (3) 第4段落で説明している理論において、ストーンが曲がる理由について、どのように説明されているかを日本語で述べよ。
- (4) 下線②の文を英訳せよ。
- (5) 下線②における同様の理由で失敗に終わった内容とは、どのように記載されているかを日本語で簡単に説明せよ。
- (6) 下線③の文を和訳せよ。
- (7) この記事にふさわしいと考えられるタイトルを英語と日本語で答えよ。ここで、双方はお互いの忠実な直訳である必要は無い。